

Задание для студентов гр. 1.1 на период с 20.04.-24.04.2020 (4 часа – 2 пары)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!

Урок 1-2.

Тема урока: Основные тригонометрические тождества

Учебники:

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 1, §1

Ход урока.

1. Актуализация пройденного материала

Выполнить сам.работу (см. Приложение 1) по вариантам

Вариант 1	Васильев
Вариант 2	Селионов
Вариант 3	Конюхов, Мавлонов
Вариант 4	Рахно, Луговой
Вариант 5	Харченко
Вариант 6	Штейгер
Вариант 7	Шубин
Вариант 8	Эсауленко

2. Изучение нового материала.

Сегодня мы на уроке познакомимся с основными тригонометрическими тождествами. С ними вы знакомы из курса Геометрии 8 кл. при изучении темы «Соотношения сторон и углов прямоугольного треугольника»

Записать в тетрадь тему и конспект!!!!

Основные тригонометрические тождества

Тригонометрические функции связаны между собой следующими **основными тождествами**

(их нужно выучить!!!!):

I. $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$	IV. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
II. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	V. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
III. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	VI. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Из тождества I вытекают формулы $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ и $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, которыми мы будем часто пользоваться.

С помощью основных тригонометрических тождеств решается задача отыскания значений всех тригонометрических функций по известному значению одной из них.

Примеры:

1) Зная значение одной функции угла α , найдите значения остальных тригонометрических функций этого угла:

$$\cos \alpha = -\frac{5}{13}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$$

Решение:

По условию нам известен косинус угла, который принадлежит 3 четверти. Нужно найти тангенс, котангенс и синус данного угла.

С помощью основного тригонометрического тождества найдем квадрат синуса данного угла:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \left(-\frac{5}{13}\right)^2 &= 1 \\ \sin^2 \alpha &= 1 - \frac{25}{169} \\ \sin^2 \alpha &= \frac{16}{169} \end{aligned}$$

Так как угол α принадлежит третьей четверти, то $\sin \alpha < 0$, значит

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{16}{169}} = -\frac{4}{13}$$

Найдем тангенс α , $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{4}{13}}{-\frac{5}{13}} = \frac{4}{13} * \frac{13}{5} = \frac{4}{5}$

Найдем котангенс α , $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{5}{4}$

2) Найти значения $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{ctg} x$, если известно, что $\operatorname{tg} x = -8/15$, $3\pi/2 < x < 2\pi$.

Решение. Прежде всего найдем $\operatorname{ctg} x = -15/8$. Поскольку угол x оканчивается в IV четверти, заключаем, что $\sin x < 0$, а $\cos x > 0$. Согласно тождеству V, имеем $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$, откуда $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$. Следовательно, $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \frac{64}{225}} = \frac{1}{\frac{289}{225}} = \frac{225}{289}$, т. е. $\cos x = \frac{15}{17}$. Используя

формулу $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, получим $\sin^2 x = 1 - \frac{225}{289} = \frac{64}{289}$, т. е. $\sin x = -\frac{8}{17}$.

2) Упростите выражение $\cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \sin^2 \alpha$

Воспользуемся следующими формулами $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ и

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$\cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha$$

383—394. Упростить выражения:

383. $\sin^2 x + \cos^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$.

Решение. Используя тождества I и VI, получим

$$(\sin^2 x + \cos^2 x) + \operatorname{ctg}^2 x = 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

384. $\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} + \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$.

Решение. Применяя формулы $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$, $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$ и тождества IV и VI, находим

$$\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} + \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 = \operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

385. $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$.

Решение. Воспользуемся формулами квадрата суммы и разности двух чисел:

$$\begin{aligned} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 &= \operatorname{tg}^2 \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha + \\ &+ 2\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = 4\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 4 \end{aligned}$$

(после приведения подобных членов применили тождество IV).

386. $\sqrt{\sin^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha)}$.

Решение. Раскроем скобки, а затем заменим $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, применяя тождества II и III:

$$\begin{aligned} &\sqrt{\sin^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \\ &= \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha} = \\ &= \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos^2 \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \\ &= \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = \sin \alpha + \cos \alpha. \end{aligned}$$

3. Решить задания в тетради:

1) Упростить выражения:

387. $(1 + \cos \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha (1 - \cos \alpha)$.

388. $1 - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha$.

389. $\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \operatorname{ctg} \beta \operatorname{tg} \alpha + 1$.

390. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$.

391. $\sqrt{\frac{2}{1 + \sin \alpha} + \frac{2}{1 - \sin \alpha}}$.

2) Найти значения других трех основных тригонометрических функций по одной известной

397. $\cos x = -0,8; \pi/2 < x < \pi.$

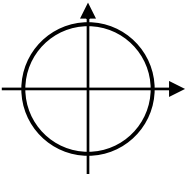
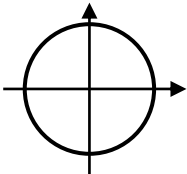
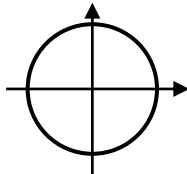
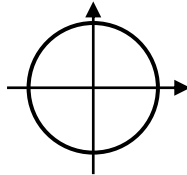
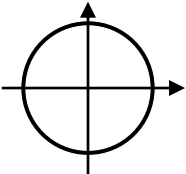
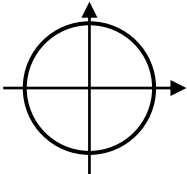
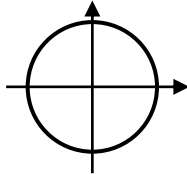
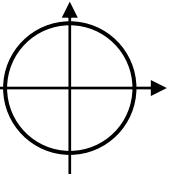
398. $\operatorname{ctg} x = 5/12; 0 < x < \pi/2.$

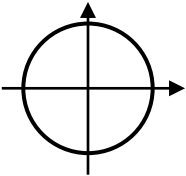
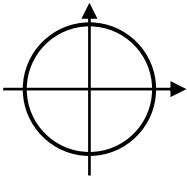
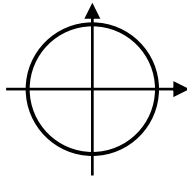
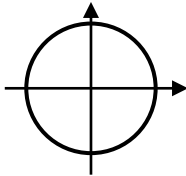
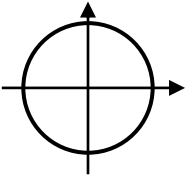
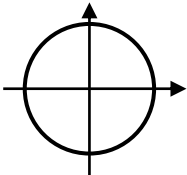
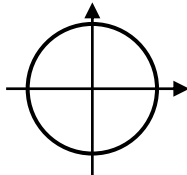
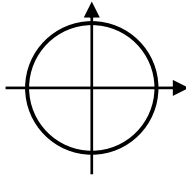
399. $\operatorname{tg} x = -4/3; \frac{\pi}{2} < x < \pi.$

400. $\sin x = -7/25; 3\pi/2 < x < 2\pi.$

Приложение 1

Самостоятельная работа по теме «Основные тригонометрические функции»

Вариант 1		Вариант 2	
1. Знаки синуса 	2. Знаки тангенса 	1. Знаки косинуса 	2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 194^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{tg} 1560^\circ$, $\cos 1300^\circ$ и $\sin(-260^\circ)$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\cos \alpha > 0$		3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 290^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{ctg} 2130^\circ$, $\cos(-290^\circ)$ и $\sin 1130^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\cos \alpha < 0$	
Вариант 3		Вариант 4	
1. Знаки синуса 	2. Знаки косинуса 	1. Знаки котангенса 	2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 295^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{ctg} 1560^\circ$, $\sin 1300^\circ$ и $\cos(-260^\circ)$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha > 0$, а $\cos \alpha < 0$		3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 290^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{tg} 2130^\circ$, $\sin(-290^\circ)$ и $\cos 1130^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha > 0$, а $\cos \alpha > 0$	

Вариант 5		Вариант 6	
1. Знаки синуса 	2. Знаки котангенса 	1. Знаки котангенса 	2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 394^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{tg} 2560^\circ$, $\cos 300^\circ$ и $\sin 560^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\operatorname{tg} \alpha > 0$	3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 490^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\operatorname{ctg} 1130^\circ$, $\cos 290^\circ$ и $\sin 730^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\operatorname{ctg} \alpha < 0$		
Вариант 7		Вариант 8	
1. Знаки синуса 	2. Знаки котангенса 	1. Знаки котангенса 	2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 1250^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\sin 1560^\circ$, $\operatorname{tg} 1300^\circ$ и $\operatorname{ctg}(-260^\circ)$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\cos \alpha > 0$	3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 980^\circ$. 4. Определите знаки выражений $\cos 2130^\circ$, $\operatorname{ctg}(-290^\circ)$ и $\operatorname{tg} 1130^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α , если $\sin \alpha < 0$, а $\cos \alpha < 0$		