Задание для студентов гр. 4.1 на период с 24.03.2020 – 11.04.2020 (6 часов)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp

<table>
<tr>
<td>4.1</td>
<td>
Учебники:

http://school-zaozernoe.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf - учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф.
https://infourok.ru/videouroki/geometriya - видеоуроки (необходимо найти тему)
Лекция – см.Приложение 1

Задания:

Тема – Введение – прочитать
2. Записать лекцию в тетрадь (см.Приложение 1) В конспектах обязательно сделать рисунки!!!!
Выучить наизусть определения:

a) Стереометрия
b) Аксиома
c) Три аксиомы стереометрии – А1, А2, А3 (они же С1, С2, С3)
d) Два следствия из аксиом (теоремы без доказательств)
4. Решить номера 1, 2, 6 в учебнике.
5. Выполнить тест: см. Приложение 2 (вариант 1 – нечетные номера по списку (рапортичке), вариант2 – четные номера по списку (рапортичке))
</td>
</tr>
</table>

Приложение 1.

Тема урока: Аксиомы стереометрии.

Цель урока: ♦ рассмотреть пространственные аксиомы $C_1 – C_3$

♦ научить применять аксиомы стереометрии при решении задач.

Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.

• В стереометрии, также как и в планиметрии, свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих теорем.

• При этом отправными являются свойства основных геометрических фигур, сформулированных в виде аксиом.

• **Аксиомы** – это первоначальные факты геометрии, которые принимаются без доказательств и позволяют вывести из них дальнейшие факты этой науки.

По словам Аристотеля: ***«Аксиомы обладают наивысшей степенью общности и представляют начала всего»***

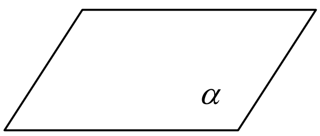
Фридрих Энгельс говорил, что ***«Так называемые аксиомы математики – это те немногие мыслительные определения, которые необходимы в математике в качестве исходного пункта».***

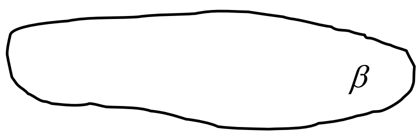
Логически безупречный список аксиом геометрии был указан на рубеже XIX – XX вв. немецким математиком Д. Гильбертом.

Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.

О точке и прямой мы вели разговор на уроках планиметрии. Остановимся теперь на плоскости.

- Плоскость мы представляем себе как ровную поверхность крышки стола, доски и т. д.
- Изображать плоскость мы будем в виде параллелограмма или в виде произвольной области.





- Плоскость, как и прямая, бесконечна.
- На рисунке мы изображаем только часть плоскости, но представляем её неограниченно продолженной во все стороны.
- Плоскости обозначают греческими буквами $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

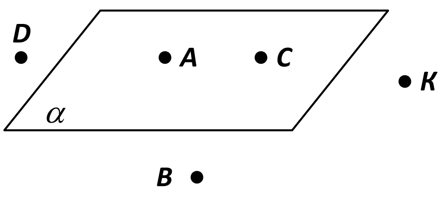
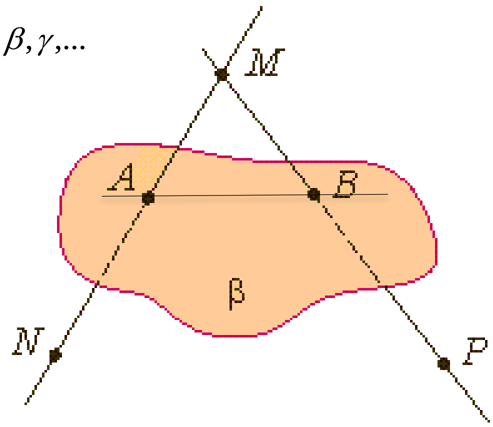


Рис.1



На рисунке1 точки A и C принадлежат плоскости α, а точки D, B и K ей не принадлежат.

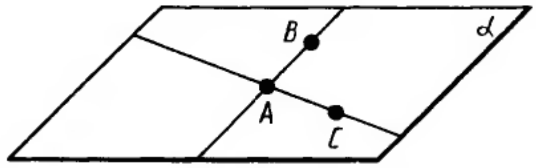
Записывают принадлежность точек прямой и прямой плоскости символом $\in$ —принадлежит, т. е. $A \in \alpha, C \in \alpha, AB \in \beta$

Если прямая пересекает плоскость, то это записывается символом $\cap$ —пересечение, т. е.: $MA \cap \beta = A,\ MB \cap \beta = B$

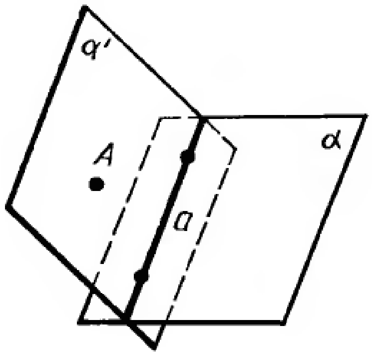
Если точка/прямая **не** принадлежит прямой или плоскости, то символ перечеркивают: $D \notin \alpha, B \notin \alpha$;

Введение нового геометрического образа (плоскости) заставляет расширить, известную нам в планиметрии, систему аксиом. Поэтому вводится группа аксиом С, которая выражает основные свойства плоскости в пространстве. Эта группа состоит из трёх аксиом.

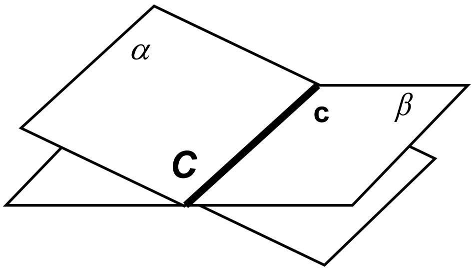
C_1: *Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость и притом только одну.*



C_2: Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.



C_3*: Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.*



Этой аксиомой утверждается, что если две различные плоскости α и β имеют общую точку С, то существует прямая *с*, принадлежащая каждой из этих плоскостей. При этом если точка С принадлежит обеим плоскостям, то она принадлежит прямой *с*.

То есть совокупность всех общих точек плоскостей α и β есть прямая, которая, конечно, проходит через указанную в аксиоме общую точку. Можно сказать иначе: общие точки плоскостей α и β составляют прямую (но не просто лежат на одной прямой).

Это значит, что если две различные прямые имеют общую точку С, то существует плоскость γ, содержащая прямые а и b. Плоскость, обладающая этим свойством, единственна.

Аксиомы выражают интуитивно ясные свойства плоскостей, их связь с двумя другими основными фигурами стереометрии – с прямыми и точками.

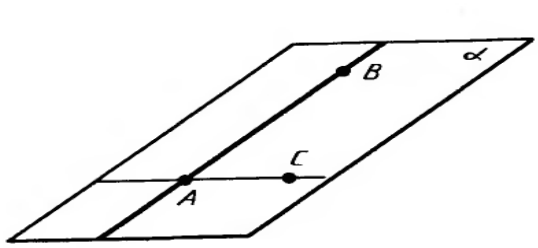
Рассмотренные аксиомы C_1 – C_3 относятся только к плоскостям, и к ним необходимо добавить аксиомы о прямых, аналогичные соответствующим планиметрическим аксиомам.

Таким образом, система аксиом стереометрии состоит из аксиом планиметрии и группы аксиом С.

Некоторые следствия из аксиом стереометрии.

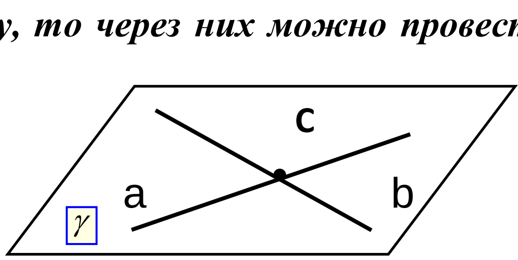
Теорема 1

Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.

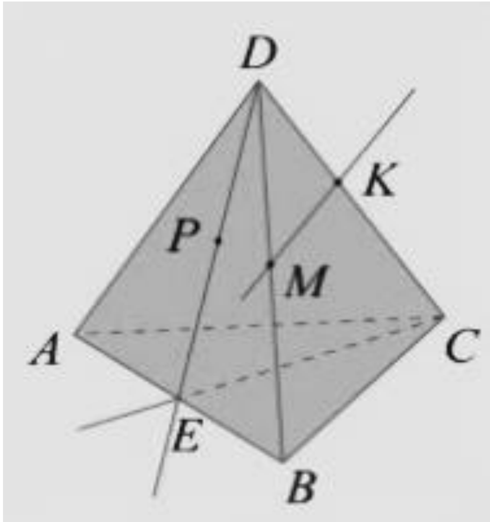


Теорема 2.

Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.



Практическая часть.



Дан тетраэдр *ABCD* . Даны следующие точки: точка *E* – внутренняя точка ребра *AB*, точка *P* – внутренняя точка отрезка *ED*, точки *M* и *К*, соответственно, на ребрах *BD* и *DC*.

Задача 1

а) В какой плоскости лежит прямая PE?

Ответ: $PE \in ABD$. Прямая *PE* лежит в плоскости *ABD*, так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка *E* лежит в плоскости *ABD* и точка *P* лежит в этой же плоскости. Значит, по второй аксиоме все точки прямой *PE* лежат в плоскости *ABD*.

б) В какой плоскости лежит прямая MK?

Ответ: $MK \in DBC$. Прямая *MK* лежит в плоскости *DBC*, так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка *M* лежит в плоскости DBC и точка *K* лежит в плоскости *DBC*. По второй аксиоме все точки прямой *MK* лежат в плоскости *DBC*.

в) В каких плоскостях лежит прямая BD?

Ответ: Прямая *BD* лежит в плоскости *BDA* и в плоскости *BDC*. Значит, прямая *BD* одновременно лежит в двух плоскостях. Прямая *BD* есть линия пересечения двух плоскостей. Говорят, что грани *ABD, BDC* пересекаются по прямой *BD*. Это можно записать так:

$$\begin{matrix} BD \in BDC \\ BD \in BDA \end{matrix} \Rightarrow BD = BDC \cap BDA$$

г) В каких гранях лежит прямая AB**?**

Ответ: Прямая *AB* лежит в грани *ABC* и в грани *ABD*. Значит, прямая АВ есть линия пересечения двух этих граней.

$$\begin{matrix} AB \in ABC \\ AB \in ABD \end{matrix} \Rightarrow AB = ABC \cap ABD$$

д) В каких гранях лежит прямая EC**?**

Ответ: Прямая ЕС лежит в плоскости АВС и в плоскости ЕCD, так как точки Е и С лежат одновременно в плоскости АВС и в плоскости ЕCD. Значит, прямая ЕС есть линия пересечения этих плоскостей.

$$\begin{matrix} EC \in ABC \\ EC \in ECD \end{matrix} \Rightarrow EC = ECD \cap ABC$$

Задача 2.

а) Найдите точку пересечения прямой *DK* с плоскостью *ABC*.

Решение:

Прямая *DK* содержит точку *C*. Плоскость *ABC* содержит точку *C*. Значит, прямая *DK* и плоскость *ABC* пересекаются в точке *C*.

б) Найдите точку пересечения прямой *CE* с плоскостью *ADB*.

Решение:

Точка *E* принадлежит и прямой *CE*, и плоскости *ADB*. Значит, Прямая *CE* пересекается с плоскостью *ADB* в точке *E*.

Задача 3.

а) Найдите точки, лежащие одновременно в плоскостях *ADB* и *DBC*.

Решение:

Точка B и точка D одновременно лежат и в *ADB*, и в *DBC*. Значит, $ADC \cap DBC = DB$. Все точки прямой *DB* являются ответом.

б) Найдите прямые, по которым пересекаются плоскость *ADB* и *DBC*.

Решение:

Точка *B* и точка *D* одновременно лежат и в *ADB*, и в *DBC*. Значит, прямая *DB* есть прямая, по которой пересекаются заданные плоскости.

в) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости *ADB* и *CDA*.

Решение:

Точки *A*, *D* лежат в плоскости *ADB*, а также точки *A*, *D* лежат в другой плоскости *CDA*. Значит, *AD* – линия их пересечения: $ADB \cap CDA = AD$.

г) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости *PDC* и *ABC*.

Решение:

Плоскость *PDC* совпадает с плоскостью *EDC*. Точка *E* и точка *C* одновременно лежат в двух плоскостях: *PDC* и *ABC*. Значит, *CE* – это линия пересечения двух плоскостей. $PDC \cap ABC = EC$.

Приложение 2.

ТЕСТ ПО ТЕМЕ: «АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ НИХ»

Вариант 1

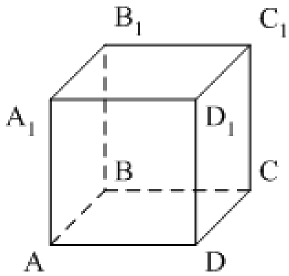
1. Какое утверждение неверное?

1) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.
2) Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.
3) Через две параллельные прямые проходит плоскость, и притом только одна.

2. Параллелограмм ABCD лежит в плоскости α, если…

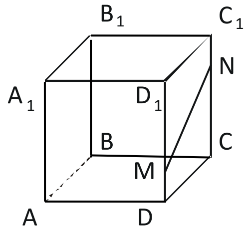
1) $A \in \alpha, B \in \alpha;$
2) $A \in \alpha, C \in \alpha;$
3) $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha, O = AC \cap BD.$

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Тогда плоскости (ABC) и (DD_1C_1)…



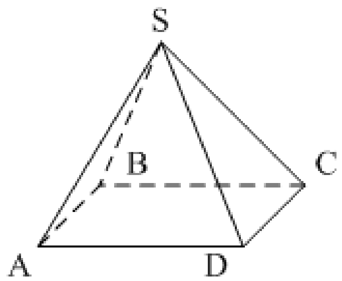
1) пересекаются;
2) не пересекаются;
3) совпадают.

4. Прямая MN не пересекает плоскость…



1) (ABC);
2) (AA_1B_1);
3) (BB_1C_1).

5. SABCD – четырёхугольная пирамида. Прямая SD не пересекает прямую…



1) BC;
2) AD;
3) S.

6. Две различные плоскости не могут иметь…

1) общую точку;
2) общую прямую;
3) три общих точки, не лежащие на одной прямой.

7. Какое утверждение неверное?

1) $a \in \alpha, a \bigcap \beta \Rightarrow \alpha \bigcap \beta.$
2) $a \in \alpha, b \in \beta, a \bigcap b \Rightarrow \alpha \bigcap \beta.$
3) $a \in \alpha, \ \alpha \bigcap \beta = c \Rightarrow a \bigcap c.$

8. Через прямые m и k можно провести более одной плоскости. Тогда прямые m и k…

1) пересекаются;
2) параллельные;
3) совпадают.

9. Точка A принадлежит прямой a. Тогда через них можно провести…

1) хотя бы одну плоскость;
2) только одну плоскость;
3) не более одной плоскости.

<u>Вариант 2</u>

1. Верно, что…

1) любые три точки лежат в одной плоскости;
2) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
3) через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и при том только одна.

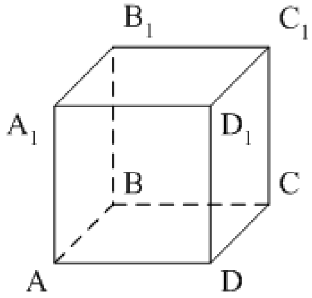
2. AB и CD – диаметры окружности с центром O. Все точки окружности лежат в плоскости α, если…

1) $A \in \alpha, \ C \in \alpha, O \in \alpha;$
2) $D \in \alpha, C \in \alpha, O \in \alpha;$
3) $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha.$

3. Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она…

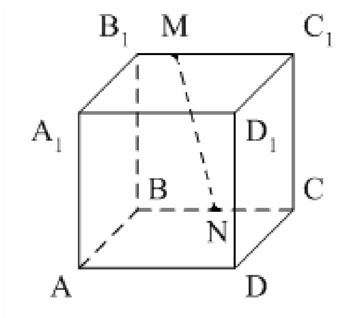
1) пересекает две стороны треугольника;
2) проходит через одну из вершин треугольника;
3) содержит одну из сторон треугольника.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Тогда плоскости (AB_1C_1) и (CDD_1)…



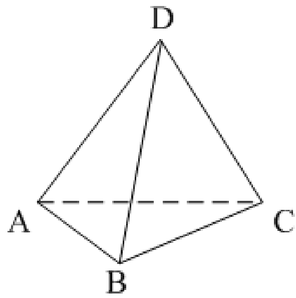
1) пересекаются;
2) не пересекаются;
3) совпадают.

5. Прямая MN не пересекает плоскость…



1) (AA_1B_1);
2) (ABC);
3) (AA_1D_1).

6. DABC – треугольная пирамида. Прямая BD не пересекает прямую…



1) AC;
2) AD;
3) BC.

7. Сколько общих точек, не лежащих на одной прямой, не могут иметь две различные плоскости?

1) 1;
2) 2;
3) 3.

8. Даны две параллельные прямые a и b и точка M, не лежащая ни на одной из них. Точка M лежит в одной плоскости с прямыми a и b, если через точку M можно провести прямую, пересекающую…

1) хотя бы одну из данных прямых;
2) только одну из данных прямых;
3) две данные прямые.

9. Через три точки A, B и C можно провести единственную плоскость. Тогда точки…

1) не лежат на одной прямой;
2) лежат на одной прямой;
3) совпадают.