Задание для студентов гр. 4.1 на период с 27.04.2020 – 30.04.2020 (6 часов – 3 пары)
Дисциплина «Математика»
Преподаватель Токарская М.С.
Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru
Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.
Все задания отправлять на почту!!!!!

Урок 1.

Практическая работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве»

1 вариант	2 вариант
Грановский, Жук, , Легачева, Удовик, Чикурова, Шкунова, Ющенко, Чекаров, Бондарь, Мозговая, Чупрова	**Кривошеева, Орлова, Зонава, Дудник, Курманенко, Тян, Гуренко, Каменева, Керимова, Назарова, Здоровенко**

Вариант 1.

Уровень А.

1.Написать обозначение прямых.
2.Написать обозначение отрезков.
3.Написать обозначение углов.
4.Написать обозначение плоскостей.
5.Сколько плоскостей можно провести через одну прямую?
6.Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
7.Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
9. Прямые *а* и *в* параллельны прямой *с*. Как расположены между собой прямые *а* и *в*?
10.Две плоскости параллельны одной прямой. Параллельны ли они между собой?
11.Плоскость $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \times \gamma = a$, $\beta \times \gamma = в$. Что можно сказать о прямых *а* и *в*?
12.У треугольника основание равно 18 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13.Стороны основания трапеции равны 12см и 7см. Чему равна средняя линия трапеции?
14.У данного четырехугольника противоположные стороны равны и параллельны. Диагонали равны 15см и 13 см. Является ли четырехугольник прямоугольником?

Уровень В.

15. Точки *К, М, Р, Т* не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые *КМ* и *РТ* пересекаться? Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок *АВ*, не параллельный ей. Через концы отрезка *АВ* и его середину *М* провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1. Найти длину отрезка MM_1, если $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 7$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка *Р*. Две прямые, проходящие через точку *Р* пересекают ближнюю к точке *Р* плоскость в точках A_1 и A_2, а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2, если $A_1A_2 = 6$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 3 : 2$.

2 вариант

Уровень А.

1.Написать обозначение плоскостей.
2.Написать обозначение прямых.
3.Написать обозначение углов.
4.Назовите основные фигуры в пространстве.
5.Сколько плоскостей можно провести через три точки?
6.Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
7.Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
8. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости?
9. Всегда ли через две параллельные прямые можно провести плоскость?
10.Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости??
11.Плоскость $\alpha \parallel \beta$, прямая m лежит в плоскости α. Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β?
12.У треугольника основание равно 10 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13.Стороны основания трапеции равны 13см и 4см. Чему равна средняя линия трапеции?
14.Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α, то и третья сторона треугольника параллельна плоскости α?

Уровень В.

15. Прямые EN и KM не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые EM и NK пересекаться? Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB, не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1. Найти длину отрезка MM_1, если AA_1= 3 м, BB_1= 17 м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P. Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2, а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2, если A_1A_2 = 10 см и $PA_1 : A_1B_1 = 2 : 3$.

Урок 2.

Перпендикулярность прямых в пространстве.

Цель урока: познакомить с понятием перпендикулярности прямых в пространстве.

Учебники:

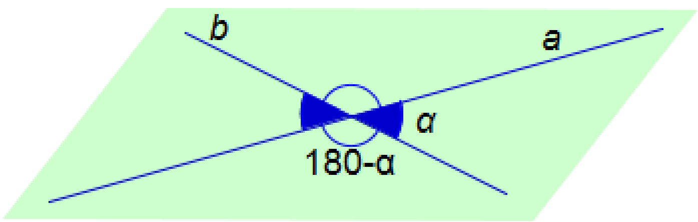
http://school-zaozernoe.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf - учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф.

Глава 2, §1 п.15

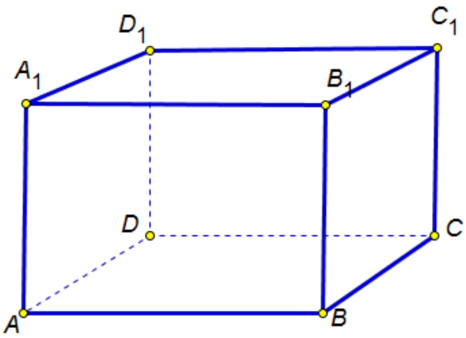
Задание: записать конспект лекции с рисунками.

Лекция.

Две прямые, лежащие в одной плоскости образуют четыре неразвёрнутых угла. Острый угол α называется углом между пересекающимися прямыми a и b.



Рассмотри известную нам фигуру параллелепипед



Все его грани являются прямоугольниками, что доказывает что угол между прямыми AA_1 и AB равен 90^0.

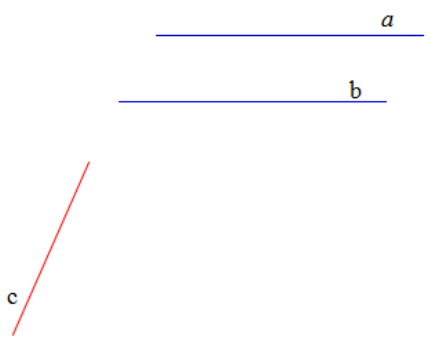
Такие прямые в пространстве называются перпендикулярными или взаимно перпендикулярными.

Определение: Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними 90°.

Таким образом, на данном рисунке DD_1 и D_1C_1 взаимно перпендикулярные прямые.

Перпендикулярность прямых DD_1 и D_1C_1 обозначается так: $DD_1 \perp D_1C_1$

Лемма: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

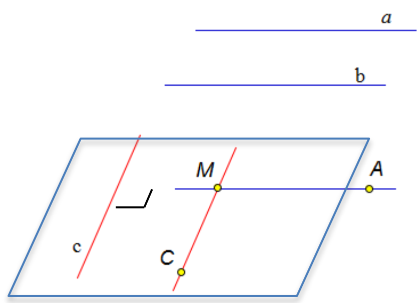


Дано: $a \parallel b$, $a \perp c$.

Доказать: $b \perp c$

Доказательство:

Для доказательства через произвольную точку пространства проведем прямые MA и MC, такие, что прямая MA параллельна прямой a и прямая MC параллельна прямой c.



1) т.к. $a \perp c$, то $\angle$ AMC=90°.

Так как прямые a и c перпендикулярны, то угол AMC равен 90 градусов.

2) $\begin{cases} b \parallel a \\ a \parallel \mathrm{MA} \end{cases} \rightarrow b \parallel \mathrm{MA}$

Так как прямая *b* параллельна прямой *a* по условию, а прямая *a* параллельна прямой MA по построению, следовательно, прямая *b* параллельна прямой MA.

3) $\begin{cases} b \parallel \mathrm{MA} \\ \mathrm{c} \parallel \mathrm{MC} \\ \angle \mathrm{AMC} = 90° \end{cases} \rightarrow b \perp c$

Итак, прямая *b* параллельна прямой *MA*, а прямая *c* параллельна прямой *MC*. Прямые *MA* и *MC* взаимно перпендикулярные прямые, следовательно, прямая *b* перпендикулярна прямой *c*. Лемма доказана.

IV. Закрепление изученного материала

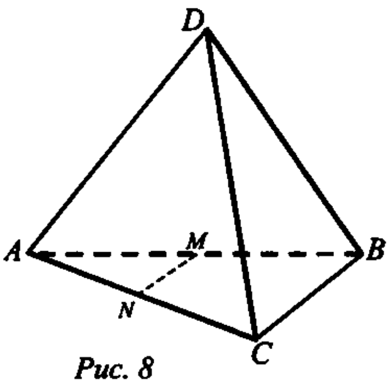


Рис. 8

Задача № 117

Дано: $DABC$ – тетраэдр; $M \in AB : AM = BM$, $N \in AC : AN = NC$; $BC \perp AD$ (рис. 8).

Доказать: $AD \perp MN$.

Доказательство:

1) MN – средняя линия $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel BC$;

2) по лемме, так как $BC \perp AD$, то $MN \perp AD$.

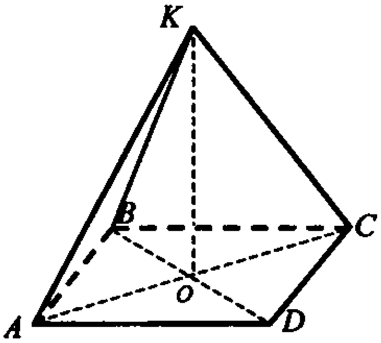


Рис. 9

Задача № 120

Дано: $ABCD$ – квадрат, $AB = a$, $AC \cap BD = O$, $OK \perp (ABC)$, $OK = b$ (рис. 9).

Найти: AK, BK, CK, DK.

Решение:

1) $AK = BK = CK = DK$ следует из равенства. ΔAOK, ΔBOK, ΔCOK, ΔDOK равны по двум катетам (прямая OK перпендикуляр на к плоскости квадрата. $ABCD$, $OK \perp AC$ и $OK \perp BD$);

2) $AO = R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$;

3) Из ΔAOK: $AK = \sqrt{KO^2 + OA^2}$,

$$AK = \sqrt{b^2 + \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{4b^2 + 2a^2}}{2}.$$

Урок 3.

Прямая, перпендикулярная к плоскости.

Цель урока: познакомить с понятием перпендикулярности прямых в пространстве.

Учебники:

http://school-zaozernoe.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf - учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф.

Глава 2, §1 п.16

Задание: записать конспект лекции с рисунками.

Напоминание. Прямая и плоскость могут пересекаться в одной точке, быть параллельными или прямая лежит в плоскости.

Определение: Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

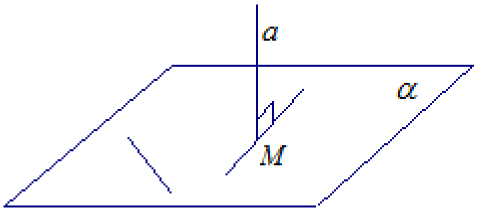


Рис.1.

Обозначение: $a \perp \alpha$.

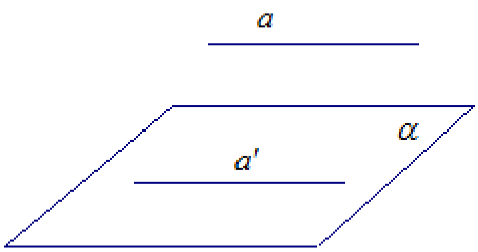
Свойство: Если прямая перпендикулярна к плоскости, то она пересекает эту плоскость. (Если $a \perp \alpha$, то $a \cap \alpha = M$)

Доказательство:

Если прямая a параллельна плоскости α (рис. 2), то в плоскости α можно провести прямую a' , параллельную прямой a. Получаем противоречие с определением перпендикулярности прямой и плоскости.

Если прямая a лежит в плоскости α (рис. 3), то в плоскости α можно провести прямую a' , параллельную прямой a. Опять получаем противоречие с определением перпендикулярности прямой и плоскости.

Значит, если прямая a перпендикулярна плоскости α , то она пересекается с ней.



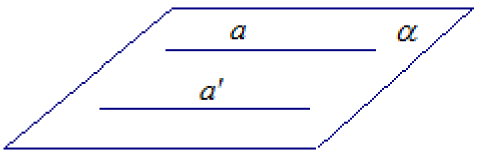


Рис. 2.

Рис. 3.

Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Доказательство: Пусть прямая a параллельна прямой $a1$. Прямая a перпендикулярна плоскости α . Докажем, что и прямая $a1$ перпендикуляра плоскости α.

Прямая a перпендикулярна плоскости α . Значит, она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости. Прямая $\boldsymbol{x}$ лежит в плоскости α, значит, $a \perp x$ (см. рис. 4).

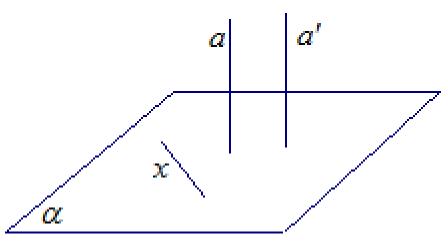


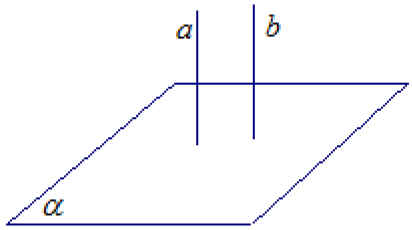
Рис 4.

Прямая a перпендикулярна прямой x, а прямая $a1$ параллельна прямой a. Значит, прямая $a1$ перпендикулярна прямой x по лемме. Прямую x мы выбирали произвольно. Значит, прямая $a1$ перпендикулярна любой прямой в плоскости α, то есть прямая x перпендикулярна плоскости α, что и требовалось доказать.

Теорема: Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Доказательство:

Пусть прямая a перпендикуляра плоскости α и прямая b перпендикуляра плоскости α. Докажем, что прямая a параллельна прямой b.



Предположим, что прямая b не параллельна прямой a. Через точку M прямой b проведем прямую b', параллельно прямой a (рис. 6).

Прямые b' и a параллельны, прямая a перпендикулярна плоскости α. По теореме, прямая b' также перпендикулярна плоскости α.

Прямые b и b' пересекаются, а значит через них проходит некоторая плоскость. Пусть эта плоскость пересекает плоскость α по прямой c. Тогда прямая b' перпендикулярна прямой c, так как прямая c лежит в плоскости α, а прямая b' ей перпендикулярна.

Но тогда в плоскости, определенной пересекающимися прямыми b и b' через точку M проходят два перпендикуляра b и b' к прямой c. Получаем противоречие. Значит, прямая b параллельна прямой a, что и требовалось доказать.

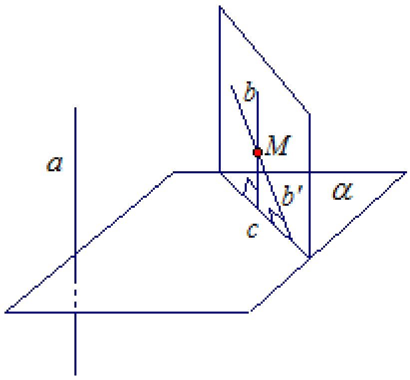


Рис. 6.