

Задание для студентов гр. 4.1 на период с 25.05.2020 – 30.05.2020 (4 пары – 8 часов)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!

Учебники:

http://school-zaozernoje.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf

- учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Гл.2 §3 п.22-23

Задания:

1. Записать конспект
2. Выполнить задания.

Тема урока: Признак перпендикулярности двух плоскостей

Определение. Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями, не принадлежащими одной плоскости, и их общей прямой a (a – ребро).

Рассмотрим две полуплоскости α и β (рис.1). Их общая граница – l . Указанная фигура называется двугранным углом.

Две пересекающиеся плоскости образуют четыре двугранных угла с общим ребром.

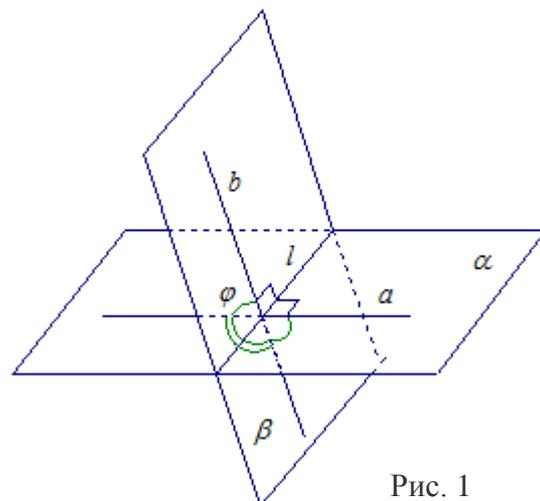


Рис. 1

Двугранный угол, измерение двугранного угла

Двугранный угол измеряется своим линейным углом.

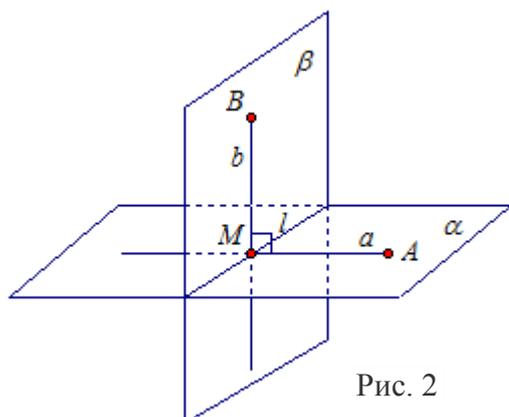


Рис. 2

На общем ребре l двугранного угла выберем произвольную точку. В полуплоскостях α и β из этой точки проведем перпендикуляры a и b к прямой l и получим линейный угол двугранного угла.

Прямые a и b образуют четыре угла, равных φ , $180^\circ - \varphi$, φ , $180^\circ - \varphi$. Напомним, углом между прямыми называется наименьший из этих углов.

Определение. Углом между плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями. φ – угол между плоскостями α и β , если $0 < \varphi \leq 90^\circ$.

Перпендикулярность плоскостей

Определение. Две пересекающиеся плоскости называются *перпендикулярными* (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .

На ребре l выбрана произвольная точка M (рис. 2). Проведем две перпендикулярные прямые $MA = a$ и $MB = b$ к ребру l в плоскости α и в плоскости β соответственно. Получили угол AMB . Угол AMB – это линейный угол двугранного угла. Если угол AMB равен 90° , то плоскости α и β называются перпендикулярными.

Анализ

Прямая b перпендикулярна прямой l по построению. Прямая b перпендикулярна прямой a , так как угол между плоскостями α и β равен 90° . Получаем, что прямая b перпендикулярна двум пересекающимся прямым a и l из плоскости α . Значит, прямая b перпендикулярна плоскости α .

Аналогично можно доказать, что прямая a перпендикулярна плоскости β . Прямая a перпендикулярна прямой l по построению. Прямая a перпендикулярна прямой b , так как угол между плоскостями α и β равен 90° . Получаем, что прямая a перпендикулярна двум пересекающимся прямым b и l из плоскости β . Значит, прямая a перпендикулярна плоскости β .

Признак перпендикулярности плоскостей

Теорема. Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

Дано: $BA \perp \beta$

$BA \subset \alpha$

Доказать: $\alpha \perp \beta$

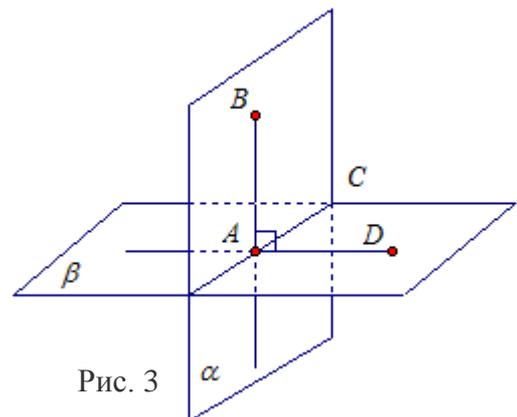


Рис. 3

Доказательство:

Пусть плоскости α и β пересекаются по прямой AC (рис. 3). Чтобы доказать, что плоскости взаимно перпендикулярны, нужно построить линейный угол между ними и показать, что этот угол равен 90° .

Прямая AB перпендикулярна по условию плоскости β , а значит, и прямой AC , лежащей в плоскости β .

Проведем прямую AD перпендикулярно прямой AC в плоскости β . Тогда BAD – линейный угол двугранного угла.

Прямая AB перпендикулярна плоскости β , а значит, и прямой AD , лежащей в плоскости β . Значит, линейный угол BAD равен 90° . Значит, плоскости α и β перпендикулярны, что и требовалось доказать.

Следствие 1.

Теорема. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей (рис. 4).

$$\alpha \cap \beta = l$$

$$\gamma \perp l$$

Следовательно $\gamma \perp \alpha, \gamma \perp \beta$

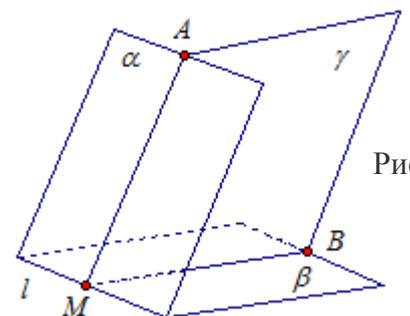


Рис. 4

Следствие 2

Теорема: Плоскость линейного угла перпендикулярна всем элементам соответствующего двугранного угла: ребру и граням.

Если: $\alpha \cap \beta = l$, $MA \perp l$, $MB \perp l$, $\gamma = AMB$, то $\gamma \perp l$, $\gamma \perp \alpha$, $\gamma \perp \beta$

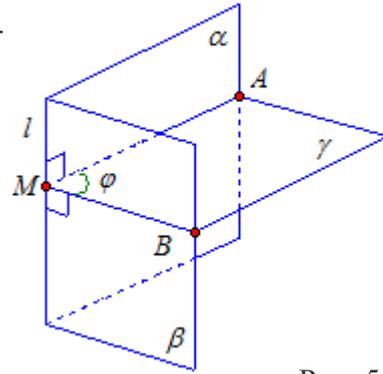


Рис. 5

Утверждение

Если в одной из перпендикулярных плоскостей проведена прямая перпендикулярно к их линии пересечения, то эта прямая перпендикулярна и к другой плоскости.

Дано: $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = l$,

$b \perp l$, $b \subset \beta$

Доказать: $b \perp \alpha$.

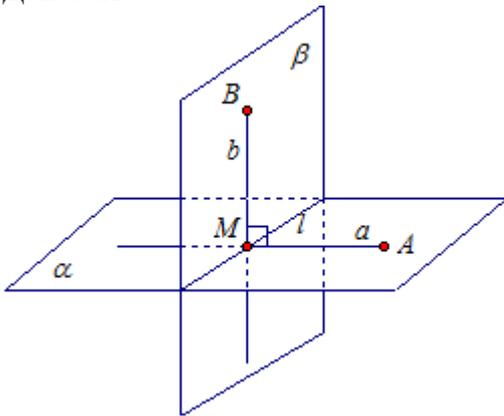


Рис. 6

Задание 1. Ответить на вопросы да или нет:

Точка A лежит на ребре двугранного угла.

1. Верно ли, что $\angle ABC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC перпендикулярны его ребру?
2. Верно ли, что $\angle BAC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC лежат в гранях двугранного угла?
3. Верно ли, что $\angle BAC$ – линейный угол двугранного угла, если лучи AB и AC перпендикулярны его ребру, а точки B и C лежат на гранях угла?
4. Линейный угол двугранного угла равен 80° . Найдется ли в одной из граней угла прямая, перпендикулярная другой грани?
5. $\angle ABC$ – линейный угол двугранного угла с ребром a . Перпендикулярна ли прямая a плоскости ABC ?
6. Верно ли, что все прямые, перпендикулярные данной плоскости и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости?

Задание 2. Используя представленную задачу, построить линейный угол двугранного угла и описать построение:

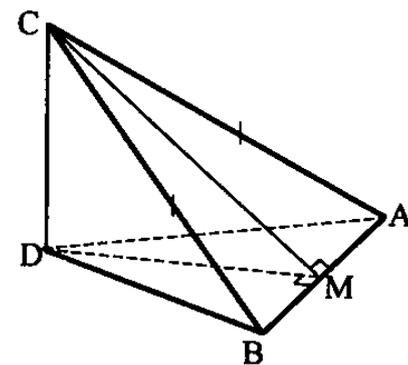
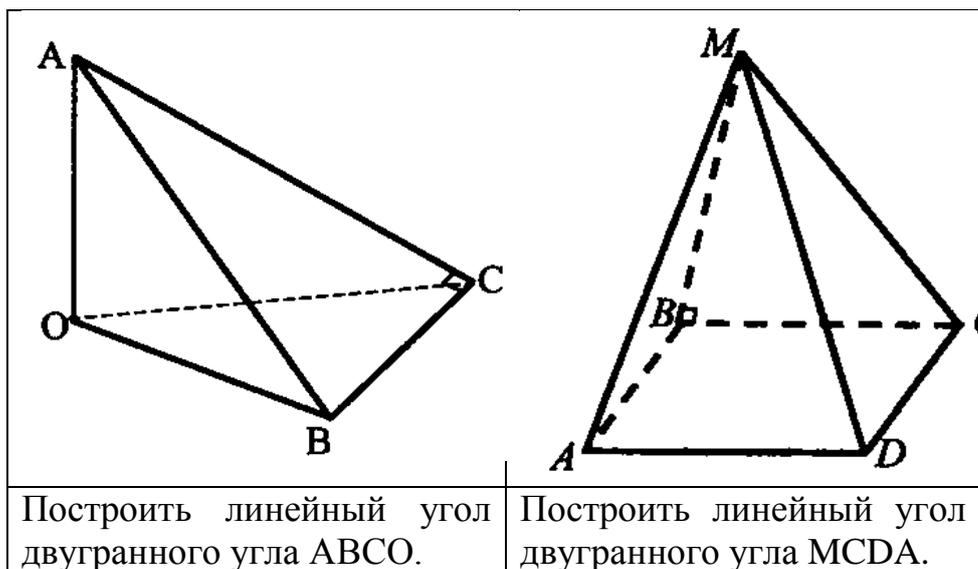


Рис. 5

№ 1
 Дано: $\triangle ABC$, $AC = BC$, AB лежит в плоскости α , $CD \perp \alpha$, $C \notin \alpha$ (рис. 5).
 Построить линейный угол двугранного угла $SABD$, $CM \perp AB$, $DC \perp AB$.
 $\angle CMD$ – искомый.

Задание 3. Ответить письменно на вопросы в учебнике

http://school-zaozernoe.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf
 - учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. Гл.2 §2-3 Вопросы к главе 2, стр. 57.