Задание для студентов гр. 5.1а на период с 13.04.2020 – 19.04.2020 (2 часа – 1 пара)

Дисциплина «Математика»
Преподаватель Токарская М.С.
Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru
Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.
Все задания отправлять на почту!!!!!

Тема: «Решение тригонометрических уравнений» (записать)

Цель: сформировать у учащихся умение различать тригонометрические уравнения по способам решения, отработать навыки решения всех видов тригонометрических уравнений;

Учебники:

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf - учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н. **Гл.1 §3 п.9, 11**

Ход урока.

На прошлых уроках мы рассмотрели с вами различные тригонометрические уравнения и способы их решения.

Вы должны знать:

1. **Простейшие тригонометрические уравнения** вида $sin\,x = a, sin\,(kx+b) = a, cos\,x = a, cos\,(kx+b) = a, tg\,x = a, tg\,(kx+b) = a, ctg\,x = a, ctg\,(kx+b) = a$ – решаются при помощи основных формул уравнений:

***Решение уравнения* sin x = a**		***Решение уравнения* tg x = a**	
Обычная форма записи решения	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$	Обычная форма записи решения	$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n, n \in Z$
Более удобная форма записи решения	$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\arcsin a + \pi + 2\pi n, n \in Z$	Более удобная форма записи решения	$x_1 = \mathrm{arctg}\, a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \mathrm{arctg}\, a + \pi + 2\pi n, n \in Z$
Ограничения на число *a*	В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет	Ограничения на число *a*	Ограничений нет
***Решение уравнения* cos x = a**		***Решение уравнения* ctg x = a**	
Обычная форма записи решения	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$	Обычная форма записи решения	$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n, n \in Z$
Более удобная форма записи решения	$x_1 = \arccos a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\arccos a + 2\pi n, n \in Z$	Более удобная форма записи решения	$x_1 = \mathrm{arcctg}\, a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \mathrm{arcctg}\, a + \pi + 2\pi n, n \in Z$
Ограничения на число *a*	В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет	Ограничения на число *a*	Ограничений нет

Примеры (записать):

$sin\, x = -\frac{1}{2}$ $x = (-1)^k \cdot arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi k, k\epsilon Z$ $x = (-1)^k \cdot * \left(-arcsin\, \frac{1}{2}\right) + \pi k, k\epsilon Z$ $x = (-1)^k \cdot * \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi k, k\epsilon Z$ $x = (-1)^{k+1} \cdot * \frac{\pi}{6} + \pi k, k\epsilon Z$ **Ответ:** $x = (-1)^{k+1} \cdot * \frac{\pi}{6} + \pi k, k\epsilon Z$	$cos\, x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x = \pm arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \epsilon Z$ $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \epsilon Z$ **Ответ:** $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \epsilon Z$
$cos\, 5x = -\frac{1}{2}$ $5x = \pm arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \epsilon Z$ $5x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \epsilon Z$ | разделим на **5** левую и правую часть $x = \pm\frac{2\pi}{3} : 5 + 2\pi n : 5, n \epsilon Z$ $x = \pm\frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}\pi n, n \epsilon Z$ **Ответ:** $x = \pm\frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}\pi n, n \epsilon Z$	$3tg\,(\frac{\pi}{3} - x) = \sqrt{3}$ ***Избавимся от коэффициента 3 перед тангенсом – разделим на 3 левую и правую части уравнения. Получим:*** $tg\,(\frac{\pi}{3} - x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\frac{\pi}{3} - x = arctg\frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n, n \epsilon Z$ $\frac{\pi}{3} - x = arctg\frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n, n \epsilon Z$ $\frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon Z$ ***Далее решаем как обычное линейное уравнение – все слагаемы с Х оставляем в левой части, без – переносим вправо с противоположным знаком:*** $-x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon Z$ $-x = \frac{-2\pi + \pi}{6} + \pi n, n \epsilon Z$ $-x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon Z$ $x = \frac{\pi}{6} - \pi n, n \epsilon Z$ ***Ответ:*** $x = \frac{\pi}{6} - \pi n, n \epsilon Z$

2. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным.

Метод сведения к квадратному уравнению состоит в том, что, пользуясь изученными формулами, надо преобразовать уравнение к такому виду, чтобы какую-то функцию (например, sin x или cos x) или комбинацию функций обозначить через y, получив при этом квадратное уравнение относительно y.

Пример (записать).

Решить уравнение 4 - $\cos^2 x = 4\sin x$.

Решение: Вместо $\cos^2 x$ подставим тождественное ему выражение $1-\sin^2 x$.
Тогда исходное уравнение примет вид

$$4-(1-\sin^2 x)=4\sin x$$

$$3+\sin^2 x = 4\sin x$$

$$\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$$

Если ввести y = sin x , получим квадратное уравнение

$$y^2-4y+3=0$$

Оно имеет корни 1 и 3. Значит, исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

sin x = 1 или sin x = 3.

Уравнение sin x = 1 имеет решение x = $\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$.

Уравнение sin x = 3 решений не имеет.

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

3. Однородные тригонометрические уравнения (записать все)

Покажем, как решать однородное уравнение 1-й степени, т.е. $a\sin x + b\cos x = 0$

Пример 1. ***Решить уравнение*** $5\sin x - 2\cos x = 0$.

Поделим обе части уравнения на cos x или sin x.

Но предварительно надо доказать, что это выражение никогда не обращается в нуль.

Предположим, что cos x=0. Тогда 5sin x-2·0=0 ⇔ sin x=0.

Получается, что если sin x=0, то и cos x=0 , чего быть не может ввиду равенства
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Значит можно поделить уравнение на cos x: $5\frac{\sin x}{\cos x}-2\frac{\cos x}{\cos x}=\frac{0}{\cos x}$

Получим уравнение **5tg x-2=0**. Решив его (см.выше как), получим: $x = arctg\frac{2}{5}+\pi n, n\in Z$.

Решение однородных уравнений вида $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ ***начинается с того, что обе части уравнения делят на*** $\boldsymbol{\cos^2 x}$ или $\boldsymbol{\sin^2 x}$.

Пример 2. $12\sin^2 x + 3\sin 2x - 2\cos^2 x = 2$.

Решение. Данное уравнение не является однородным. Но его можно превратить в однородное, заменив ***3sin2x*** на ***6sin x cos x*** и число 2 на $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$.

Приведя подобные слагаемые, получим уравнение

$$10\sin^2 x + 6\sin x\cos x - 4\cos^2 x = 0.$$

Аналогично решению примера 1, докажем, что $\cos x \neq 0$.

Тогда можно обе части уравнения поделить на $\cos^2 x$. Получим:

$10tg^2 x + 6tgx - 4 = 0 \Leftrightarrow tgx = -1$ или $tgx = \frac{2}{5}$.

Отсюда

$$x_1 = arctg\frac{2}{5} + \pi n, n \in Z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Ответ:
$$x_1 = arctg\frac{2}{5} + \pi n, n \in Z$$
$$x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Задание: опираясь на конспект предыдущего урока и примеры данного урока, решить самостоятельную работу по вариантам:

1 вариант	**2 вариант**
$\cos x = \frac{1}{2}$	$\sin x = -\frac{1}{2}$
$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
tg x= 1	ctg x= -1
$\cos(x+\frac{\pi}{3}) = 0$	$\sin(x-\frac{\pi}{3}) = 0$
2cos x= 1	4sin x= 2
sin 4x=1	cos 4x= 0
$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ $4\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ $4\cos^2 x + \cos 2x = 5$	$2\sin^2 x - 2\sin x - 1 = 0$ $4 - 5\cos x - 2\sin^2 x = 0$ $1 - \cos 2x + 4\sin x = 6$
$8\sin x - 7\cos x = 0$	$5\sin x + 6\cos x = 0$
$3\sin^2 x + \sin 2x = 2$	$1 - 3\cos^2 x = \sin 2x$

1 вариант – нечетные номера по рапортичке

2 вариант – четные номера по рапортичке