

Задание для студентов гр. 5.1а на период с 26.04.2020 – 30.04.2020 (2 часа – 1 пара)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp

МЫ НАЧИНАЕМ ГЕОМЕТРИЮ!!! ЗАВЕДИТЕ ОТДЕЛЬНУЮ ТЕТРАДЬ 48 ЛИСТОВ!!!

Учебники:

1. http://school-zaozernoje.ru/files/10-11_kl._geometriya._atanasyan_l.s._i_dr_2013_-255s.pdf - учебник «Геометрия» 10-11 класс, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф.
2. <https://infourok.ru/videouroki/geometriya> - видеоуроки (необходимо найти тему)
3. Лекция – см.конспект

Задания:

1. Тема – Введение – прочитать

2. Записать лекцию в тетрадь (см.Приложение 1) **В конспектах обязательно**

сделать рисунки!!!!

3. Выучить наизусть определения:

а) Стереометрия

б) Аксиома

с) Три аксиомы стереометрии – A_1 , A_2 , A_3 (они же C_1 , C_2 , C_3)

д) Два следствия из аксиом (теоремы без доказательств)

4. Решить номера 1, 2, 6 в учебнике.

5. Выполнить тест: см. Приложение 1

Тема урока: Аксиомы стереометрии.

Цель урока: ♦ рассмотреть пространственные аксиомы $C_1 – C_3$

♦ научить применять аксиомы стереометрии при решении задач.

Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.

• В стереометрии, также как и в планиметрии, свойства геометрических фигур устанавливаются путём доказательства соответствующих теорем.

• При этом отправными являются свойства основных геометрических фигур, сформулированных в виде аксиом.

• **Аксиомы** – это первоначальные факты геометрии, которые принимаются без доказательств и позволяют вывести из них дальнейшие факты этой науки.

По словам Аристотеля: «*Аксиомы обладают наивысшей степенью общности и представляют начала всего*»

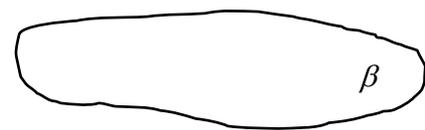
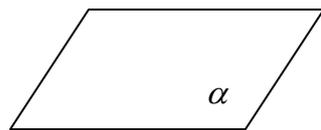
Фридрих Энгельс говорил, что «*Так называемые аксиомы математики – это те немногие мыслительные определения, которые необходимы в математике в качестве исходного пункта*».

Логически безупречный список аксиом геометрии был указан на рубеже XIX – XX вв. немецким математиком Д. Гильбертом.

Основными фигурами в пространстве являются точка, прямая и плоскость.

О точке и прямой мы вели разговор на уроках планиметрии. Остановимся теперь на плоскости.

- Плоскость мы представляем себе как ровную поверхность крышки стола, доски и т. д.
- Изображать плоскость мы будем в виде параллелограмма или в виде произвольной области.



- Плоскость, как и прямая, бесконечна.
- На рисунке мы изображаем только часть плоскости, но представляем её неограниченно продолженной во все стороны.
- Плоскости обозначают греческими буквами $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

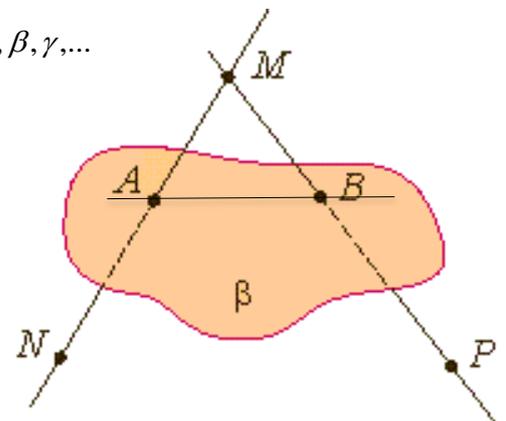
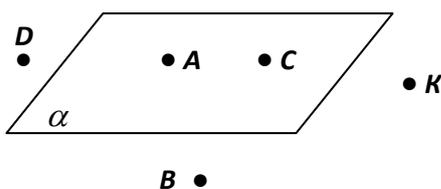


Рис.1

На рисунке 1 точки A и C принадлежат плоскости α , а точки D, B и K ей не принадлежат.

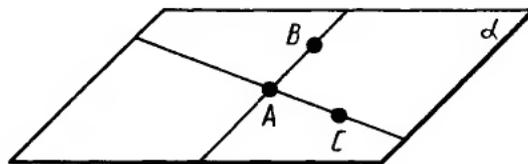
Записывают принадлежность точек прямой и прямой плоскости символом \in – принадлежит, т. е. $A \in \alpha, C \in \alpha, AB \in \beta$

Если прямая пересекает плоскость, то это записывается символом \cap – пересечение, т. е. : $MA \cap \beta = A, MB \cap \beta = B$

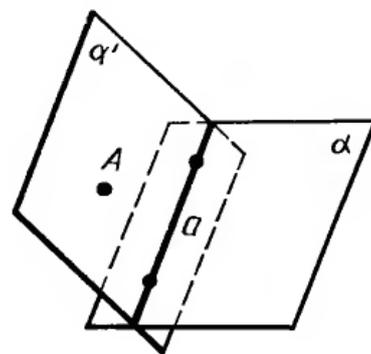
Если точка/прямая **не** принадлежит прямой или плоскости, то символ перечеркивают: $D \notin \alpha, B \notin \alpha$;

Введение нового геометрического образа (плоскости) заставляет расширить, известную нам в планиметрии, систему аксиом. Поэтому вводится группа аксиом C , которая выражает основные свойства плоскости в пространстве. Эта группа состоит из трёх аксиом.

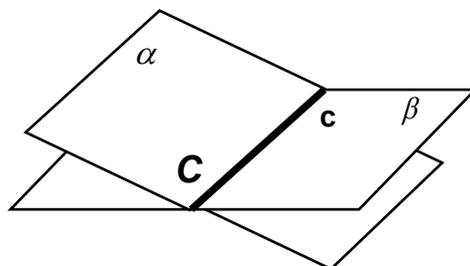
C_1 : *Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость и притом только одну.*



C_2 : *Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.*



C_3 : *Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.*



Этой аксиомой утверждается, что если две различные плоскости α и β имеют общую точку C , то существует прямая c , принадлежащая каждой из этих плоскостей. При этом если точка C принадлежит обеим плоскостям, то она принадлежит прямой c .

То есть совокупность всех общих точек плоскостей α и β есть прямая, которая, конечно, проходит через указанную в аксиоме общую точку. Можно сказать иначе: общие точки плоскостей α и β составляют прямую (но не просто лежат на одной прямой).

Это значит, что если две различные прямые имеют общую точку C , то существует плоскость γ , содержащая прямые a и b . Плоскость, обладающая этим свойством, единственна.

Аксиомы выражают интуитивно ясные свойства плоскостей, их связь с двумя другими основными фигурами стереометрии – с прямыми и точками.

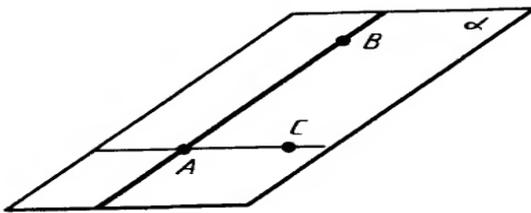
Рассмотренные аксиомы $C_1 - C_3$ относятся только к плоскостям, и к ним необходимо добавить аксиомы о прямых, аналогичные соответствующим планиметрическим аксиомам.

Таким образом, система аксиом стереометрии состоит из аксиом планиметрии и группы аксиом С.

Некоторые следствия из аксиом стереометрии.

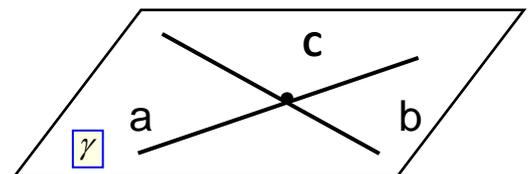
Теорема 1

Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.



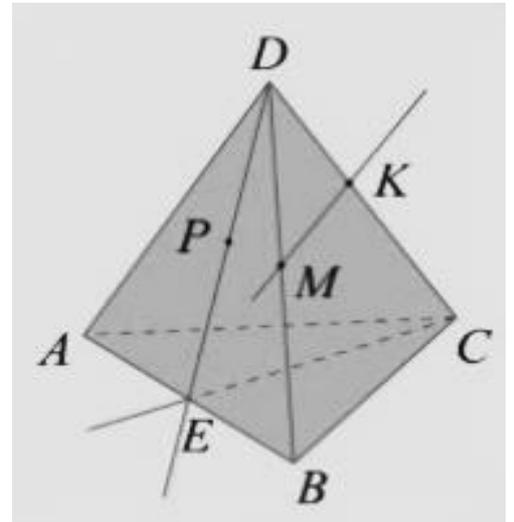
Теорема 2.

Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.



Практическая часть.

Дан тетраэдр $ABCD$. Даны следующие точки: точка E – внутренняя точка ребра AB , точка P – внутренняя точка отрезка ED , точки M и K , соответственно, на ребрах BD и DC .



Задача 1

а) В какой плоскости лежит прямая PE ?

Ответ: $PE \in ABD$. Прямая PE лежит в плоскости ABD , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой.

Точка E лежит в плоскости ABD и точка P лежит в этой же плоскости. Значит, по второй аксиоме все точки прямой PE лежат в плоскости ABD .

б) В какой плоскости лежит прямая MK ?

Ответ: $MK \in DBC$. Прямая MK лежит в плоскости DBC , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка M лежит в плоскости DBC и точка K лежит в плоскости DBC . По второй аксиоме все точки прямой MK лежат в плоскости DBC .

в) В каких плоскостях лежит прямая BD ?

Ответ: Прямая BD лежит в плоскости BDA и в плоскости BDC . Значит, прямая BD одновременно лежит в двух плоскостях. Прямая BD есть линия пересечения двух плоскостей. Говорят, что грани ABD , BDC пересекаются по прямой BD . Это можно записать так:

$$\begin{aligned} BD &\in BDC \\ BD &\in BDA \end{aligned} \Rightarrow BD = BDC \cap BDA$$

г) В каких гранях лежит прямая AB ?

Ответ: Прямая AB лежит в грани ABC и в грани ABD . Значит, прямая AB есть линия пересечения двух этих граней.

$$\begin{aligned} AB &\in ABC \\ AB &\in ABD \end{aligned} \Rightarrow AB = ABC \cap ABD$$

д) В каких гранях лежит прямая EC ?

Ответ: Прямая EC лежит в плоскости ABC и в плоскости ECD , так как точки E и C лежат одновременно в плоскости ABC и в плоскости ECD . Значит, прямая EC есть линия пересечения этих плоскостей.

$$\begin{aligned} EC &\in ABC \\ EC &\in ECD \end{aligned} \Rightarrow EC = ECD \cap ABC$$

Задача 2.

а) Найдите точку пересечения прямой DK с плоскостью ABC .

Решение:

Прямая DK содержит точку C . Плоскость ABC содержит точку C . Значит, прямая DK и плоскость ABC пересекаются в точке C .

б) Найдите точку пересечения прямой CE с плоскостью ADB .

Решение:

Точка E принадлежит и прямой CE , и плоскости ADB . Значит, Прямая CE пересекается с плоскостью ADB в точке E .

Задача 3.

а) Найдите точки, лежащие одновременно в плоскостях ADB и DBC .

Решение:

Точка B и точка D одновременно лежат и в ADB , и в DBC . Значит, $ADB \cap DBC = DB$. Все точки прямой DB являются ответом.

б) Найдите прямые, по которым пересекаются плоскость ADB и DBC .

Решение:

Точка B и точка D одновременно лежат и в ADB , и в DBC . Значит, прямая DB есть прямая, по которой пересекаются заданные плоскости.

в) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости ADB и CDA .

Решение:

Точки A, D лежат в плоскости ADB , а также точки A, D лежат в другой плоскости CDA . Значит, AD – линия их пересечения: $ADB \cap CDA = AD$.

г) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости PDC и ABC .

Решение:

Плоскость PDC совпадает с плоскостью EDC . Точка E и точка C одновременно лежат в двух плоскостях: PDC и ABC . Значит, CE – это линия пересечения двух плоскостей. $PDC \cap ABC = EC$.

Приложение 1.

Вариант 1	Захаров, Медный, Муравченко, Пропьев, Лебедев, Федотов, Ядрин Федулин, Борисевич, Владыко, Евдокименко, Астахов, Тафинюк, Марченко
Вариант 2	Гавриловский, Петрашук, Хильченко, Ежеля, Кириченко Каушинский, Кифорук, Лоншаков, Кривцов, Курафеев, Широков, Рычков

**ТЕСТ ПО ТЕМЕ: «АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ
И НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ НИХ»**

Вариант 1

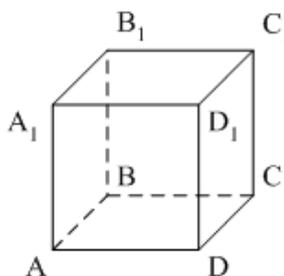
1. Какое утверждение неверное?

- 1) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.
- 2) Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.
- 3) Через две параллельные прямые проходит плоскость, и притом только одна.

2. Параллелограмм $ABCD$ лежит в плоскости α , если...

- 1) $A \in \alpha, B \in \alpha$;
- 2) $A \in \alpha, C \in \alpha$;
- 3) $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha, O = AC \cap BD$.

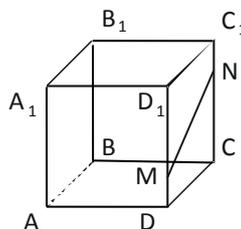
3. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Тогда плоскости (ABC) и $(DD_1 C_1)$...



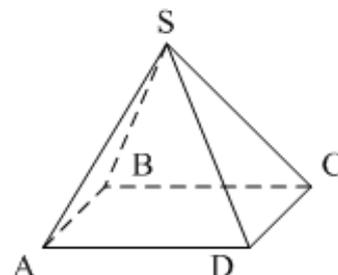
- 1) пересекаются;
- 2) не пересекаются;
- 3) совпадают.

4. Прямая MN не пересекает плоскость...

- 1) (ABC) ;
- 2) $(AA_1 B_1)$;
- 3) $(BB_1 C_1)$.



5. $SABCD$ – четырёхугольная пирамида. Прямая SD не пересекает прямую...



- 1) BC ;
- 2) AD ;
- 3) S .

6. Две различные плоскости не могут иметь...

- 1) общую точку;
- 2) общую прямую;
- 3) три общих точки, не лежащие на одной прямой.

7. Какое утверждение неверное?

- 1) $a \in \alpha, a \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta$.
- 2) $a \in \alpha, b \in \beta, a \cap b \Rightarrow \alpha \cap \beta$.
- 3) $a \in \alpha, \alpha \cap \beta = c \Rightarrow a \cap c$.

8. Через прямые t и k можно провести более одной плоскости. Тогда прямые t и k ...

- 1) пересекаются;
- 2) параллельные;
- 3) совпадают.

9. Точка A принадлежит прямой a . Тогда через них можно провести...

- 1) хотя бы одну плоскость;
- 2) только одну плоскость;
- 3) не более одной плоскости.

Вариант 2

1. Верно, что...

- 1) любые три точки лежат в одной плоскости;
- 2) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
- 3) через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и при том только одна.

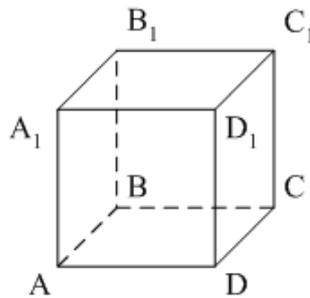
2. AB и CD – диаметры окружности с центром O . Все точки окружности лежат в плоскости α , если...

- 1) $A \in \alpha, C \in \alpha, O \in \alpha$;
- 2) $D \in \alpha, C \in \alpha, O \in \alpha$;
- 3) $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha$.

3. Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она...

- 1) пересекает две стороны треугольника;
- 2) проходит через одну из вершин треугольника;
- 3) содержит одну из сторон треугольника.

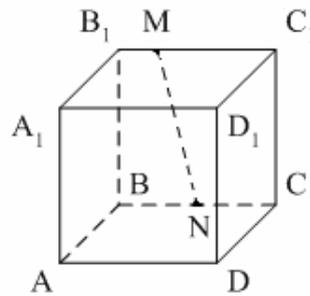
4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Тогда плоскости $(AB_1 C_1)$ и (CDD_1) ...



- 1) пересекаются;
- 2) не пересекаются;
- 3) совпадают.

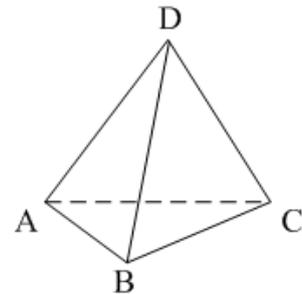
5. Прямая MN не пересекает плоскость...

- 1) $(AA_1 B_1)$;
- 2) (ABC) ;
- 3) $(AA_1 D_1)$.



6. $DABC$ – треугольная пирамида. Прямая BD не пересекает прямую...

- 1) AC ;
- 2) AD ;
- 3) BC .



7. Сколько общих точек, не лежащих на одной прямой, не могут иметь две различные плоскости?

- 1) 1;
- 2) 2;
- 3) 3.

8. Даны две параллельные прямые a и b и точка M , не лежащая ни на одной из них. Точка M лежит в одной плоскости с прямыми a и b , если через точку M можно провести прямую, пересекающую...

- 1) хотя бы одну из данных прямых;
- 2) только одну из данных прямых;
- 3) две данные прямые.

9. Через три точки A , B и C можно провести единственную плоскость. Тогда точки...

- 1) не лежат на одной прямой;
- 2) лежат на одной прямой;
- 3) совпадают.