

Дисциплина: МАТЕМАТИКА, 2 КУРС

Преподаватель: Губарева Ю. А.

e-mail: yuliya_maxim@mail.ru

WhatsApp: 89242383952

Учебник: А. Н. Колмогоров

<https://znayka.pw/uchebniki/10-klass/algebra-uchebnik-10-11-klass-kolmogorov/>

Задание №7

1. Повторить тему «Иррациональные уравнения», стр. 214
2. Повторить алгоритм решения иррациональных уравнений.
3. Изучить пример решения иррациональных уравнений.
4. Выполнить упражнения, стр. 216

№417

№419

Алгоритм решения иррациональных уравнений

1. Возвести в одну и ту же степень обе части уравнения
2. Решить полученное уравнение
3. Сделать проверку

Пример решения иррациональных уравнений

Пример. Решите уравнение

$$\sqrt{x-2} = x-4$$

Решение. Возводим обе части во вторую степень:

$$x-2 = (x-4)^2$$

$$x-2 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 81 - 72 = 9$$

$$x_1 = (9 - 3)/2 = 3$$

$$x_2 = (9 + 3)/2 = 6$$

Получили два корня, 3 и 6. Теперь проверим, во что они обращают правую часть исходного уравнения $(x-4)$:

$$\text{при } x = 3 \quad x - 4 = 3 - 4 = -1$$

$$\text{при } x = 6 \quad 6 - 4 = 6 - 4 = 2$$

Корень $x = 3$ придется отбросить, так как он обращает правую часть в отрицательное число. В результате остается только $x = 6$.

Ответ: 6.

Пример. Найдите решение ур-ния

$$\sqrt[5]{x^2 - 14x} = 2$$

Решение. Возведем обе части в пятую степень:

$$x^2 - 14x = 2^5$$

$$x^2 - 14x - 32 = 0$$

Получили [квадратное ур-ние](#), которое можно решить с помощью [дискриминанта](#):

$$D = b^2 - 4ac = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 196 + 128 = 324$$

$$x_1 = (14 - 18)/2 = -2$$

$$x_2 = (14 + 18)/2 = 16$$

Итак, нашли два корня: (-2) и 16 .

Ответ: $(-2); 16$.

Несколько более сложным является случай, когда справа стоит не постоянное число, а какое-то выражение с переменной $g(x)$. Алгоритм решения тот же самый – необходимо возвести в степень ур-ние, чтобы избавиться от корня. Но, если степень корня четная, то необходимо проверить, что полученные корни ур-ния не обращают правую часть, то есть $g(x)$, в отрицательное число. В противном случае их надо отбросить как посторонние корни.

Пример. Решите ур-ние

$$\sqrt{x - 5} = -6$$

Решение. Справа стоит отрицательное число (-6) , но квадратный корень (если быть точными, то [арифметический квадратный корень](#)) не может быть отрицательным. Поэтому ур-ние корней не имеет.

Ответ: корней нет.

Пример. Решите ур-ние

$$\sqrt{x - 5} = 6$$

Решение. Теперь справа стоит положительное число, значит, мы имеем право возвести обе части в квадрат. При этом корень слева исчезнет:

$$x - 5 = 6^2$$

$$x = 36 + 5$$

$$x = 41$$

Ответ: 41 .

Задание №8

1. Повторить тему «Показательные уравнения», стр. 229
2. Повторить алгоритм решения показательных уравнений.
3. Изучить пример решения показательных уравнений.
4. Выполнить упражнения, стр. 231

№460

№463 (а, в)

№464 (б, г)

Алгоритм решения показательного уравнения:

1. Нужно проверить одинаковые ли основания у уравнения справа и слева. Если основания не одинаковые ищем варианты для решения данного примера.
2. После того как основания станут одинаковыми, приравниваем степени и решаем полученное новое уравнение.

Пример решения показательных уравнений

Пример 1

$$2^{x+2} = 2^4$$

Основания в левой и правой части равны числу 2, значит мы можем основание отбросить и приравнять их степени.

$x+2=4$ Получилось простейшее уравнение.

$$x=4 - 2$$

$$x=2$$

Ответ: $x=2$

Пример 2

$$3^{3x} - 9^{x+8} = 0$$

Для начала переносим девятку в правую сторону, получаем:

$$3^{3x} = 9^{x+8}$$

Теперь нужно сделать одинаковые основания. Мы знаем что $9=3^2$.

$$3^{3x} = (3^2)^{x+8}$$

$$\text{Получим } 9^{x+8} = (3^2)^{x+8} = 3^{2x+16}$$

$3^{3x} = 3^{2x+16}$ теперь видно что в левой и правой стороне основания одинаковые и равные тройке, значит мы их можем отбросить и приравнять степени.

$3x=2x+16$ получили простейшее уравнение

$$3x - 2x=16$$

$$x=16$$

Ответ: $x=16$.

Пример 3

$$9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

Преобразуем:

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$$

Получаем уравнение:

$$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

Основания у нас одинаковы равны трем. В данном примере видно, что у первой тройки степень в два раза ($2x$) больше, чем у второй (просто x). В таком случае можно решить **методом замены**. Число с наименьшей степенью заменяем:

$$3^x = t$$

$$\text{Тогда } 3^{2x} = (3^x)^2 = t^2$$

Заменяем в уравнении все степени с x на t :

$$t^2 - 12t + 27 = 0$$

Получаем квадратное уравнение. Решаем через дискриминант, получаем:

$$D = 144 - 108 = 36$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = 3$$

Возвращаемся к переменной x .

Берем t_1 :

$$t_1 = 9 = 3^x$$

Стало быть,

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x_1 = 2$$

Один корень нашли.

Ищем второй, из t_2 :

$$t_2 = 3 = 3^x$$

$$3^x = 3^1$$

$$x_2 = 1$$

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = 1$.