БУ 1.1 математика

7.04.20г. Тема: Первообразная. Основные свойства первообразной

Эл. Уч-к Колмогоров стр. 169-179 выполнить № 342-352

Методические рекомендации для изучения

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) Нахождение первообразной.

2) Определение первообразной, график которой проходит через заданную точку.

3) Решение задач, обратных задаче нахождения закона изменения скорости материальной точки по закону ее движения

Первообразная. Функцию y = F(x) называют *первообразной* для функции y = f(x) на промежутке X, если для x $\in$ X выполняется равенство F’ (x) = f(x).

Таблица первообразных:

Функция f(x)	Первообразная F(x)
$(кx+b)^n, n \neq -1, k \neq 0$	$\frac{(кx+b)^{n^{n+1}}}{n+1}+C$
$\frac{1}{kx+b}, x > 0$	$x+b)+C$
$\cos(k\,x+b), k \neq 0$	$x+b)+C$
$\sin\,(kx+b), k \neq 0$	$x+b)+C$
$e^{kx+b}\ k \neq 0$	$\frac{1}{к}e^{kx+b}+C$

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Функцию y = F(x) называют **первообразной** для функции y = f(x) на промежутке X, если для $x \in X$ выполняется равенство F’ (x) = f(x).

1) $(F(x)+G(x))' = F'(x)+G'(x)$

2) $(aF(x))' = aF'(x)$

3) $(F(kx+b))' = kF'(kx+b)$

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Для функции y = f(x) найдите множество всех первообразных. Выполните проверку. $f(x) = 2\sin x + 3x^3$

Решение:

$f(x) = 2\sin x + 3x^3$

$$F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$$

Проверка:

Найдем производную функции F(x).

$$F'(x) = (-2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C)' = 2\sin x + \frac{3}{4} \cdot 4x^3 = 2\sin x + 3x^3$$

F'(x) = f(x)

Ответ: $F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$

№2. Значение первообразной функции F(x) функции f(x) = 10cosx в точке $x = \frac{\pi}{2}$ равно -4. Найдите $F(-\frac{\pi}{6})$.

Решение. Сначала найдем первообразную

F(x) = 10sinx+ C

Затем подставляя значения точки x, найдем число c

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10\, sin\, sin\, \frac{\pi}{2} + C$$

$$10\, sin\, sin\, \frac{\pi}{2} + C = -4$$

C = -14

Далее получаем уравнение первообразной в этой точке

F(x) = 10sin x – 14

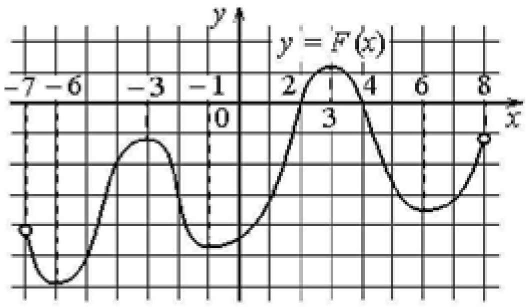
И находим значение первообразной в другой точке

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 10\, sin\, sin\, (-\frac{\pi}{6}) - 14$$

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -19$$

Ответ: -19

№3. По графику первообразной функции y = F(x) определите числовые промежутки, на которых функция y = f(x) имеет отрицательный знак.



Решение:

Так как F'(x) = f(x)- по определению первообразной, то числовые промежутки, на которых функция f(x) (производная функции F(x)) имеет отрицательный знак – это промежутки убывания функции F(x). Таких промежутков на данном графике 3. Это (-7; -6); (-3; -1); (3;6)

Ответ: (-7; -6); (-3; -1); (3;6)

№4. Значение первообразной функции F(x) функции $f(x) = 5x^3 – 3x^2 + 7x – 2$ в точке x = 0 равно 5. Найдите F(2)..

1. Найдем множество всех первообразных для данной функции.

$$F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + C$$

1. Так как в точке x = 0 значение первообразной функции равно 5, то нам необходимо найти такое значение C, для которого выполняется условие F(0) = 5.

Решим уравнение:

$$5 = \frac{5}{4}\cdot 0^4 - 0^3 + \frac{7}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + C$$

1. Из полученного уравнения находим C = 5.

Следовательно, первообразная для функции $f(x) = 5x^3 – 3x^2 + 7x – 2$ при заданном условии F(0) = 5 имеет вид: $F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + 5$

1. Тогда $F(2) = \frac{5}{4}\cdot 2^4 - 2^3 + \frac{7}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 5$ F(2) = 27

Ответ: 27

БУ 1.1 математика

8.04.20г. Тема: Определенный интеграл. Площадь криволинейной трапеции.

Уч-к Колмогоров стр. 179-183 выполнить № 353=355

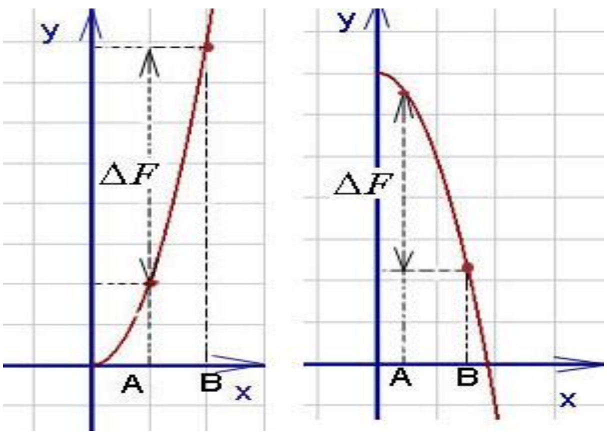
Методические рекомендации для чтения

Понятие определённого интеграла и формула Ньютона-Лейбница

Определённым интегралом от непрерывной функции $f(x)$ на конечном отрезке $[a, b]$ (где $a \neq b$) называется приращение какой-нибудь её первообразной на этом отрезке. (Вообще, понимание заметно облегчится, если повторить тему неопределённого интеграла) При этом употребляется запись

$$\int_a^b f(x)dx.$$

Как видно на графиках внизу (приращение первообразной функции обозначено ΔF), **определённый интеграл может быть как положительным, так и отрицательным числом** (Вычисляется как разность между значением первообразной в верхнем пределе и её же значением в нижнем пределе, т. е. как $F(b)$ - $F(a)$).



Числа a и b называются соответственно нижним и верхним пределами интегрирования, а отрезок $[a, b]$ – отрезком интегрирования.

Таким образом, если $F(x)$ – какая-нибудь первообразная функция для $f(x)$, то, согласно определению,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a). \qquad (38)$$

Равенство (38) называется ***формулой Ньютона-Лейбница***. Разность $F(b) - F(a)$ кратко записывают так:

$$F(x)\Big|_a^b.$$

Поэтому формулу Ньютона-Лейбница будем записывать и так:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b. \qquad (39)$$

Докажем, что определённый интеграл не зависит от того, какая первообразная подынтегральной функции взята при его вычислении. Пусть $F(x)$ и $\Phi(x)$ – произвольные первообразные подынтегральной функции. Так как это первообразные одной и той же функции, то они отличаются на постоянное слагаемое: $\Phi(x) = F(x) + C$. Поэтому

$$\Phi(b) - \Phi(a) =$$
$$= \left[F(b) + C\right] - \left[F(a) + C\right] = F(b) - F(a).$$

Тем самым установлено, что на отрезке $[a, b]$ приращения всех первообразных функции $f(x)$ совпадают.

Таким образом, для вычисления определённого интеграла необходимо найти любую первообразную подынтегральной функции, т.е. сначала следует найти неопределённый интеграл. Постоянная C из последующих вычислений исключается. Затем применяется формула Ньютона-Лейбница: в первообразную функцию подставляется значение верхнего предела b, далее - значение нижнего предела a и вычисляется разность $F(b) - F(a)$. Полученное число и будет определённым интегралом..

При $a = b$ по определению принимается

$$\int_a^a f(x)dx = 0.$$

Для того чтобы потренироваться в нахождении определённых интегралов, потребуется **таблица основных неопределённых интегралов** и пособие "**Действия со степенями и корнями**".

Пример 1. Вычислить определённый интеграл

$$\int_0^8 \sqrt[3]{x}\ dx.$$

Решение. Сначала найдём неопределённый интеграл:

$$\int \sqrt[3]{x}\ dx = \int x^{1/3}dx = \frac{x^{4/3}}{4/3} + C = \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C.$$

Применяя формулу Ньютона-Лейбница к первообразной

$$\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}$$

(при $C = 0$), получим

$$\int_0^8 \sqrt[3]{x}\ dx = \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}\,\Big|_0^8 = \frac{3}{4}\bullet 8\sqrt[3]{8} - 0 = 12.$$

Однако при вычислении определённого интеграла лучше не находить отдельно первообразную, а сразу записывать интеграл в виде (39).

Пример 2. Вычислить определённый интеграл

$$\int_1^2 e^{2x}dx.$$

Решение. Используя формулу

$$\int e^{kx}dx = \frac{1}{k}e^{kx} + C,$$

получим

$$\int_1^2 e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x}\,\Big|_1^2 = \frac{1}{2}(e^4 - e^2) = \frac{1}{2}e^2(e^2 - 1).$$

Найти определённый интеграл самостоятельно, а затем посмотреть решение

Пример 3. Найти определённый интеграл

$$\int_a^b x^n dx$$

.

Правильное решение и ответ.

Пример 4. Найти определённый интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$$

.

Правильное решение и ответ.

Свойства определённого интеграла

Теорема 1. *Определённый интеграл с одинаковыми пределами интегрирования равен нулю*, т.е.

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0.$$

Это свойство содержится в самом определении определённого интеграла. Однако его можно получить и по формуле Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^a f(x)\,dx = F(a) - F(a) = 0.$$

Теорема 2. *Величина определённого интеграла не зависит от обозначения переменной интегрирования*, т.е.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt.$$

(40)

Пусть $F(x)$ – первообразная для $f(x)$. Для $f(t)$ первообразной служит та же функция $F(t)$, в которой лишь иначе обозначена независимая переменная. Следовательно,

$$F(x)\Big|_a^b = F(t)\Big|_a^b.$$

На основании формулы (39) последнее равенство означает равенство интегралов

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

и

$$\int_a^b f(t)\,dt.$$

Теорема 3. *Постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла*, т.е.

$$\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx.$$

(41)

Теорема 4. *Определённый интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определённых интегралов от этих функций*, т.е.

$$\int_a^b \left[f(x) + \varphi(x) - \psi(x)\,dx \right] =$$

$$= \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b \varphi(x)\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx. \qquad (42)$$

Теорема 5. *Если отрезок интегрирования разбит на части, то определённый интеграл по всему отрезку равен сумме определённых интегралов по его частям*, т.е. если

$$c \in [a, b],$$

то

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx. \qquad (43)$$

Теорема 6. *При перестановке пределов интегрирования абсолютная величина определённого интеграла не меняется, а изменяется лишь его знак*, т.е.

$$\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx. \qquad (44)$$

Теорема 7 (теорема о среднем). *Определённый интеграл равен произведению длины отрезка интегрирования на значение подынтегральной функции в некоторой точке* ξ *внутри его*, т.е.

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a) f(\xi), \quad a < \xi < b. \qquad (45)$$

Теорема 8. *Если верхний предел интегрирования больше нижнего и подынтегральная функция неотрицательна (положительна), то и определённый интеграл неотрицателен (положителен), т.е. если*

$$f(x) \geq 0, \quad \text{то и} \quad \int_a^b f(x)\,dx \geq 0,$$

$$\text{а если} \quad f(x) > 0, \quad \text{то и} \quad \int_a^b f(x)\,dx > 0.$$

Теорема 9. *Если верхний предел интегрирования больше нижнего и функции* $f(x)$ *и* $\varphi(x)$ *непрерывны, то неравенство*

$$f(x) \geq \varphi(x)$$

можно почленно интегрировать, т.е.

$$\int_a^b f(x)\ dx \geq \int_a^b \varphi(x)\ dx. \qquad (46)$$

Свойства определённого интеграла позволяют упрощать непосредственное вычисление интегралов.

Пример 5. Вычислить определённый интеграл

$$\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - 5x^4 + 2\sqrt{x}\right) dx.$$

Используя теоремы 4 и 3, а при нахождении первообразных – табличные интегралы (7) и (6), получим

$$\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - 5x^4 + 2\sqrt{x}\right) dx =$$

$$= 4\int_1^2 \frac{dx}{x} - 5\int_1^2 x^4 dx + 2\int_1^2 \sqrt{x}\ dx =$$

$$= 4\ln|x|\Big|_1^2 - 5\frac{x^5}{5}\Big|_1^2 + 2\frac{x^{3/2}}{3/2}\Big|_1^2 =$$

$$= 4(\ln 2 - \ln 1) - (2^5 - 1^5) + \frac{4}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\sqrt{1}\right) =$$

$$= 4\ln 2 + \frac{8}{3}\sqrt{2} - 32\frac{1}{3}.$$

Определённый интеграл с переменным верхним пределом

Пусть $f(x)$ – непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция, а $F(x)$ – её первообразная. Рассмотрим определённый интеграл

$$\int_a^x f(t)\ dt = F(x) - F(a), \qquad (47)$$

где

$x \in [a,b]$,

а через t обозначена переменная интегрирования, чтобы не путать её с верхней границей. При изменении x меняется и определённый интеграл (47), т.е. он является функцией верхнего предела интегрирования x, которую обозначим через $\Phi(x)$, т.е.

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)\ dt. \qquad (48)$$

Докажем, что функция $\Phi(x)$ является первообразной для $f(x) = f(t)$. Действительно, дифференцируя $\Phi(x)$, получим

$$\Phi'(x) = \left(\int_a^x f(t)\ dt\right)' =$$
$$= \left[F(x) - F(a)\right]' = F'(x) - F'(a) = f(x),$$

так как $F(x)$ – первообразная для $f(x)$, а $F(a)$ – постояная величина.

Функция $\Phi(x)$ – одна из бесконечного множества первообразных для $f(x)$, а именно та, которая при $x = a$обращается в нуль. Это утверждение получается, если в равенстве (48) положить $x = a$и воспользоваться теоремой 1 предыдущего параграфа.

Вычисление определённых интегралов методом интегрирования по частям и методом замены переменной

При выводе формулы интегрирования по частям было получено равенство $u\ dv = d\ (uv) - v\ du$. Проинтегрировав его в пределах от a до b и учитывая теорему 4 параграфа этой статьи о свойствах определённого интеграла, получим

$$\int_a^b u\ dv = \int_a^b d\ (uv) - \int_a^b v\ du.$$

Как это следует из теоремы 2 параграфа о свойствах неопределённого интеграла, первый член в правой части равен разности значений произведения uv при верхнем и нижнем пределах интегрирования. Записав эту разность кратко в виде

$$uv\Big|_a^b,$$

получаем формулу **интегрирования по частям** для вычисления определенного интеграла:

$$\int_a^b u\ dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\ du. \qquad (49)$$

Пример 6. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{e}^{e^2} \ln x \, dx.$$

Решение. Интегрируем по частям, полагая $u = \ln x$, $dv = dx$; тогда $du = (1/x)dx$, $v = x$. По формуле (49) находим

$$I = x \ln x \Big|_{e}^{e^2} - \int_{e}^{e^2} dx =$$

$$= e^2 \ln e^2 - e \ln e - x \Big|_{e}^{e^2} =$$

$$= 2e^2 - e - e^2 + e = e^2.$$

Найти определённый интеграл по частям самостоятельно, а затем посмотреть решение

Пример 7. Найти определённый интеграл

$$\int_{0}^{1} (7x-4) e^{3x} dx$$

.

Правильное решение и ответ.

Пример 8. Найти определённый интеграл

$$\int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos 4x dx$$

.

Правильное решение и ответ.

Нет времени вникать в решение? Можно заказать работу!

Перейдём к вычислению определённого интеграла **методом замены переменной**. Пусть

$$\int f(x) \; dx = F(x) + C,$$

где, по определению, $F(x)$ – первообразная для $f(x)$. Если в подынтегральном выражении произвести замену переменной

$$x = \varphi(t),$$

то в соответствии с формулой (16) можно записать

$$\int f(x) \; dx = \int f[\varphi(t)] \; \varphi'(t) \; dt = F[\varphi(t)] + C.$$

В этом выражении

$F[\varphi(t)]-$

первообразная функция для

$f[\varphi(t)]\varphi'(t)$.

В самом деле, её производная, согласно **правилу дифференцирования сложной функции**, равна

$$\{F[\varphi(t)]\}' = F'_{\varphi(t)}[\varphi(t)] \bullet \varphi'(t) =$$
$$= f[\varphi(t)]\varphi'(t).$$

Пусть α и β – значения переменной *t* , при которых функция

$x=\varphi(t)$

принимает соответственно значения *a*и *b*, т.е.

$$\varphi(\alpha)=a,$$
$$\varphi(\beta)=b.$$

Тогда

$$\int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)\,dt = F[\varphi(t)]\Big|_\alpha^\beta =$$
$$= F[\varphi(\beta)] - F[\varphi(\alpha)] = F(b) - F(a).$$

Но, согласно формуле Ньютона-Лейбница, разность *F*(*b*) – *F*(*a*) есть

$$\int_a^b f(x)\,dx,$$

поскольку *F*(*x*) – первообразная для *f*(*x*).

Итак,

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f[\varphi(t)\,\varphi'(t)\,dt]. \qquad (50)$$

Это и есть формула перехода к новой переменной под знаком определённого интеграла. С её помощью определённый интеграл

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

после замены переменной

$$x = \varphi(t)$$

преобразуется в определённый интеграл относительно новой переменной *t*. При этом старые пределы интегрирования *a* и *b* заменяются новыми пределами α и β. Чтобы найти новые пределы, нужно в уравнение

$$x = \varphi(t)$$

поставить значения *x* = *a*и *x* = *b*, т.е. решить уравнения

$$\varphi(\alpha) = a$$

и

$$\varphi(\beta) = b$$

относительно α и β. После нахождения новых пределов интегрирования вычисление определённого интеграла сводится к применению формулы Ньютона-Лейбница к интегралу от новой переменной *t*. В первообразной функции, которая получается в результате нахождения интеграла, возвращаться к старой переменной нет необходимости.

При вычислении определённого интеграла методом замены переменной часто бывает удобно выражать не старую переменную как функцию новой, а, наоборот, новую – как функцию старой.

Пример 9. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_4^5 x\sqrt{x^2 - 16}\,dx.$$

Решение. Произведём замену переменной, полагая

$$t = x^2 - 16.$$

Тогда *dt* = 2*x dx*, откуда *x dx* = (1/2) *dt*, и подынтегральное выражение преобразуется так:

$$x\sqrt{x^2 - 16}\,dx = \sqrt{x^2 - 16} \bullet x\,dx = (1/2)\sqrt{t}\,dt.$$

Найдём новые пределы интегрирования. Подстановка значений *x* = 4 и *x* = 5 в уравнение

$$t = x^2 - 16$$

даёт

$$\alpha = 4^2 - 16 = 0,$$

а

$$\beta = 5^2 - 16 = 9.$$

Используя теперь формулу (50), получим

$$I=\int_0^9 \frac{1}{2}\sqrt{t}\ dt=\frac{1}{2}\int_0^9 t^{1/2}dt=$$

$$=\frac{1}{2}\frac{t^{3/2}}{3/2}\Bigg|_0^9=\frac{1}{3}t\sqrt{t}\Bigg|_0^9=\frac{1}{3}\bullet 9\sqrt{9}=9.$$

После замены переменной мы не возвращались к старой переменной, а применили формулу Ньютона-Лейбница к полученной первообразной.

Найти определённый интеграл заменой переменной самостоятельно, а затем посмотреть решение

БУ.1.1 математика

9.04.20г.

Тема: Применение определенного интеграла к вычислению физических величин

Колмогоров эл. уч-к стр.183-188. Выполнить № 357- 366

Методические рекомендации для ознакомления

Применение определенного интеграла к вычислению площадей

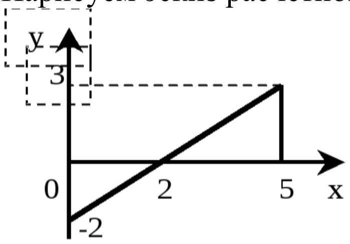
Геометрический смысл определенного интеграла как площади криволинейной трапеции дает возможность применить его к вычислению любых площадей. Однако определенный интеграл в интервале $a\le x\le b$ далеко не всегда дает значение площади как физической величины, измеряемой в квадратных единицах. Необходимо учесть, что геометрический смысл построен на формальном приписывании знаков: части функции***над*** осью оХ (и площадь ***под ними***) принимаются со знаком "плюс", а части функции ***под*** осью оХ (и площадь ***над ними***) берутся со знаком "минус". Очевидно, что если поставить задачу о вычислении собственно площадей, то обязательно следует учесть строгую ***положительность*** понятия площади как физической величины. Чтобы полностью разобраться с разницей между геометрическим смыслом интеграла и площадью, рассмотрим пример: вычислить интеграл $\int_0^4 (x-2)dx$ и площадь, которую ограничивает подынтегральная функция.

1. Вычислим интеграл: $\int_0^5 (x-2)dx=(\frac{x^2}{2}-2x)\Big|_0^5=2,5$.

2. По геометрическому смыслу интеграл является алгебраической суммой площадей нижнего и верхнего треугольников, т.е.

$$\int_0^5 (x-2)dx = \frac{-2\cdot 2}{2} + \frac{3\cdot 3}{2} = 2,5$$

Нарисуем эскиз расчетной области и проведем вычисления по пунктам:



Как и следовало ожидать, результаты совпали. Подсчитаем площадь.

3. $S = \left|\frac{-2\cdot 2}{2}\right| + \left|\frac{3\cdot 3}{2}\right| = 6,5$ квадратных единиц.

Здесь знак модуля обеспечивает безусловную положительность результатов и соответствие физическому смыслу. Таким образом, ***общая формула*** для вычисления площади с применением определенного интеграла будет иметь вид

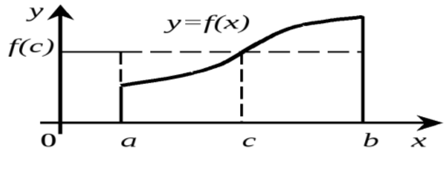
$$S = \sum_i \left| \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx \right|,$$

где $i \in N$ - число подинтервалов, на которые разбивается площадь под кривой $y = f(x)$; x_i, x_{i+1} - абсциссы начала и конца подинтервала.

Определение площади следует производить в ***два этапа***. На первом решается уравнение $f(x) = 0$ и находится число подинтервалов. На втором этапе применяется формула площади. Рекомендуется выполнить эскиз расчетной области. В трудных случаях можно использовать графическое разложение сложной фигуры на сумму более простых.

Теорема о среднем определенного интеграла

Прикладное значение ***теоремы о среднем*** заключается в возможности получения качественной оценки значения определенного интеграла без его вычисления. ***Формулируем***: если функция $y = f(x)$ непрерывна на интервале $[a, b]$, то внутри этого интервала найдется такая точка $c \in [a, b]$, что $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$.



Геометрический смысл этой теоремы заключается в том, что внутри интервала интегрирования всегда найдется такая точка $x = c$, что площадь криволинейной трапеции будет***равна площади прямоугольника*** со сторонами $f(c)$ и $(b-a)$.

Эта формула вполне пригодна для прикидочной оценки интеграла от сложной или громоздкой функции. Единственным моментом, который делает формулу ***приближенной***, является необходимость ***самостоятельного выбора*** точки $x = c$. Если принять наиболее простой путь – середину интервала интегрирования $c = \frac{a+b}{2}$ (как предлагается в ряде учебников), то ошибка может быть весьма значительной. Для получения более точного результата ***рекомендуем*** провести расчет в следующей последовательности:

- построить график функции $y = f(x)$ на интервале $[a, b]$;
- провести верхнюю границу прямоугольника таким образом, чтобы отсекаемые части графика функции $y = f(x)$ были ***примерно равны по площади*** (именно так показано на вышеприведенном рисунке – два криволинейных треугольника практически одинаковы);
- определить из рисунка $x = c$;
- воспользоваться теоремой о среднем.

В качестве примера вычислим простой интеграл $\int_0^2 5x^4 dx$:

- точное значение $x^5 |_0^2 = 2^5 = 32$;

- для середины интервала $c = \frac{a+b}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$ получим $f(c) = f(1) = 5 \cdot 1^4 = 5$ и приближенное значение $f(c)(b-a) = 5(2-0) = 10$, т.е. явно неточный результат;

- построив график с проведением верхней стороны прямоугольника в соответствии с рекомендациями, получим $c \approx 1,34$, откуда $f(c) = f(1,34) = 5 \cdot 1,34^4 \approx 16,12$ и приближенное значение $f(c)(b-a) = 16,12 \cdot (2-0) = 32,24$. Вполне удовлетворительный результат, погрешность составляет 0,75%.