Задание для студентов гр. ТП 1 на период с 25.05 – 30.05.2020 (5 пар – 10 часов)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!!

Учебники:

1. http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

2. https://ru.calameo.com/read/0007452692fa11c1f518e - Башмаков М.И., Математика (Начальное и среднее профессиональное образование)

3. http://mathprofi.ru/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi.html - Понятие производной, Александр Емелин, 2010-2020.

I. Тема: Правила вычисления производных

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 2, § 4 п.15 Правила вычисления производных

1. ***Прочитать пункт 15.***
2. ***Решить номера:***

Уровень А (на оценку «3»): № 208, № 209 (а, в), № 210 (а, в), № 211, № 212 (а, б), № 213 (а, в): в этом номере необходимо сначала вычислить производную; затем полученную производную приравниваем к нулю; решаем полученное уравнение.

Образец решения № 213 (б) – записать в тетрадь!!!

Задание: решить уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$$

1. *Найдем производную* $f'(x) = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12\right)' = \left(-\frac{2}{3}x^3\right)' + (x^2)' + 12' = -\frac{2}{3} \cdot 3x^2 + 2x + 0 = -2x^2 + 2x$
2. *Приравняем полученную производную к нулю:*

$$-2x^2 + 2x = 0$$

3. *Получили уравнение, которое нам нужно решить:*

$$-2x^2 + 2x = 0$$

$$-2x(x-1) = 0$$

$$-2x = 0 \text{ или } x - 1 = 0$$

$$x = 0, x = 1$$

Ответ: $x_1 = 0, x_2 = 1$

Уровень В (на оценку «4-5»): № 208, № 209 (б, г), № 210 (б, г), № 211, № 212 (б, г), № 213 (б, г), № 215

II. Тема. Геометрический смысл производной

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 2, § 4 п.19 Касательная к графику функции

1. **Прочитать пункт в учебнике.**
2. **Записать конспект и выполнить упражнение № 255 по примерам из конспекта.**

Повторение

1) Касательная к окружности - это прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.

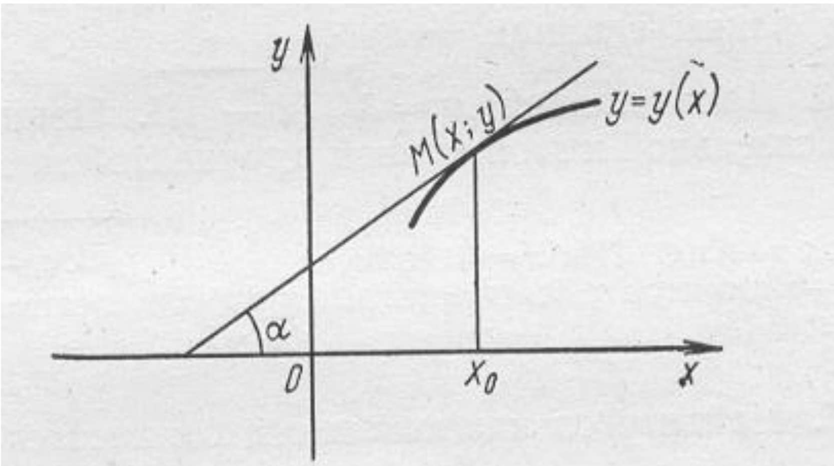
2) Общий вид уравнения прямой $y = kx + b$, где k, b – постоянные числа.

Новый материал.

Геометрический смысл производной заключается в том, что производная функции y = y(x) при данном значении аргумента $x = x_o$ равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику этой функции в точке с абсциссой x_o: $\boldsymbol{y'(x_0) = tg\alpha}$

Или

Значение производной функции в точке касания равно тангенсу угла наклона касательной к графику функции.



Если y(x) имеет при x = x_0 бесконечную производную, то уравнение касательной таково: x= x_o.

Уравнение касательной

Уравнение прямой с угловым коэффициентом $f'(x_0)$ имеет вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Пример 1.

Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2 - x^2$, в точке с абсциссой $x_0 = -3$

Выполнить рисунок.

Решение:

$\boldsymbol{y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)}$ - формула уравнения касательной.

1) $\boldsymbol{f(x_0) = f(-3) = 2 - (-3)^2 = 2 - 9 = -7}$

2) $\boldsymbol{f'(x)} = (2 - x^2)' = \boldsymbol{0 - 2x = -2x}$

3) $\boldsymbol{f'(x_0) = -2 \cdot (-3) = 6}$

Собираем уравнение касательной:

$$y = -7 + 6\big(x - (-3)\big)$$
$$y = -7 + 6(x + 3)$$
$$y = -7 + 6x + 18$$

$\boldsymbol{y = 6x + 11}$**- уравнение касательной к графику функции**

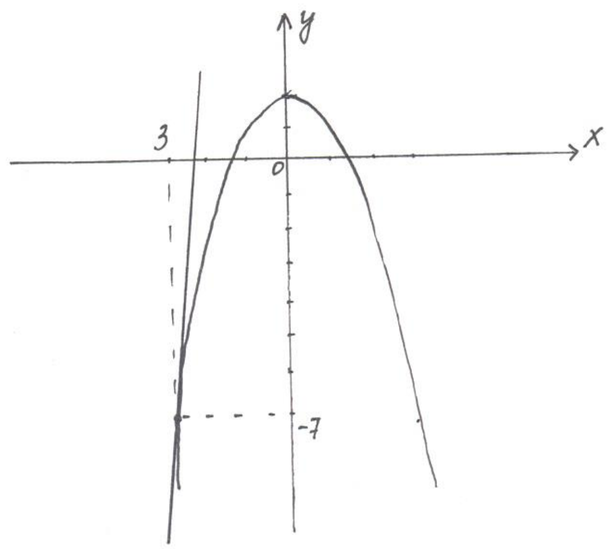
А теперь построим график данной функции $f(x) = 2 - x^2$ и прямую $\boldsymbol{y = 6x + 11}$. Составим для этого таблицы.

$f(x) = 2 - x^2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-7	-2	1	2	1	-2	-7

$\boldsymbol{y = 6x + 11}$

X	-3	-2
Y	-7	-1



Мы видим, что функции и прямая, уравнение которой мы получим, имеют одну общую точку А, у которой абсцисса x_0= -3.

Пример 2.

Пример: найти уравнение касательной к графику функции f(x) = $x^3 - 2*x^2 + 1$ в точке x_0 = 2.

1. $x_0 = 2$.

2. $f(x_0) = f(2) = 2^2 - 2*2^2 + 1 = 1$.

3. $f'(x) = 3*x^2 - 4*x$.

4. $f'(x_0) = f'(2) = 3*2^2 - 4*2 = 4$.

5. Подставим полученные значения в формулу касательной, получим: y = 1 + 4(x - 2). Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим: y = 4x - 7.*

Ответ: y = 4x - 7.

Общая схема составления уравнения касательной к графику функции y = f(x):

1. Определить x_0.

2. Вычислить $f(x_0)$.

3. Вычислить $f'(x)$

4. Вычислить $f'(x_0)$

5. Подставить полученные значения в уравнение касательной $y = f(x0) + f'(x_0)*(x - x_0)$.

III. Механический (физический) смысл производной

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 2, § 4 п.21 Касательная к графику функции

1. **Прочитать пункт в учебнике.**
2. **Записать конспект и выполнить упражнение № 267 – 270 по примерам из конспекта.**

Производная $y'(x_0)$ от функции y = y(x), вычисленная при значении аргумента $x = x_0$, представляет собой скорость изменения этой функции относительно независимой переменной x в точке $x = x_0$.

В частности, если зависимость между пройденным путем s и временем t при прямолинейном движении выражается формулой s = s(t), то скорость движения в любой момент времени t есть v = s'(t), а ускорение (т.е. скорость изменения скорости движения) есть a = v'(t) = s''(t).

Коротко: производная от координаты по времени есть скорость, а производная от скорости по времени есть ускорение.

В этом заключается механический (физический) смысл производной функции

Справка:

1) Прямолинейное движение.

t - время

S(t) – расстояние

$\vartheta(t)$ – скорость.

a (t)- ускорение.

Формулы:

$\vartheta(t) = S'(t)$ скорость – это производная расстояния.

a (t) = ϑ'(t) – ускорение – это производная скорости.

2) Криволинейное движение.

t- время.

φ (t)- расстояние (радианы).

ω (t) - скорость

a (t) – ускорение

ω(t)=φ’(t)

a (t)= ω'(t)

При криволинейном движении расстояние измеряется в радианах.

Радиана – это угол, длина дуги которого равна радиусу окружности.

Пример 1.

Точка движется прямолинейно по закону s=2t^3 + 6t^2 – t (t – выражается в секундах, s – выражается в метрах). Найти скорость и ускорение движения через 2с после начала движения.

Решение:

v = s’ = 6t^2 +12t –1

V(2) = 6*22 +12*2 –1 = 24+24-1 = 47 м/с

a = v’ = s’’ = 12t + 12

a(2) = 12*2 + 12 = 36 м/с2

Пример 2.

Точка движется прямолинейно по закону x(t)= 2t^3+3t+1.

Найти ускорение в момент времени t= 3 сек (расстояние x(t) измеряется в см, время в сек.).

Решение:

1) $\vartheta(t) = x'(t) = \left(2t^3 + 3t + 1\right)' = 2\cdot 3t^2 + 3\cdot 1 + 0 = 6t^2 + 3$

2) $\alpha(t) = \vartheta'(t) = \left(6t^2 + 3\right)' = 6\cdot 2t + 0 = 12t$

3) $\alpha(3) = 12\cdot 3 = 36\left({}^{м}\!/\,_{сек^2}\right)$

Пример 3.

Вращение тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2$. Найти угловую скорость $\omega(t)$ в произвольный момент времени t и при t = 4 сек.

Решение:

1) $\omega(t) = \varphi'(t) = \left(3t^2 - 4t + 2\right)' = 3\cdot 2t - 4\cdot 1 + 0 = 8t - 4;$
$\omega(t) = 8t - 4.$

2) $\omega(4) = 8\cdot 4 - 4 = 32 - 4 = 28\left({}^{рад.}\!/\,_{сек}\right)$

Ответ: 28 (рад/сек).