Задание для студентов гр. 2.1 на период с 20.04.-24.04.2020 (4 часа – 2 пары)

Дисциплина «Математика»
Преподаватель Токарская М.С.
Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru
Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!!

Урок 1-2.

Тема урока: Основные тригонометрические тождества

Учебники:
http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf
- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 1, §1

Ход урока.

1. Актуализация пройденного материала

Выполнить сам.работу (см. Приложение 1) по вариантам

Вариант 1	Брауэр, Волик, Емельянов, Мамедова
Вариант 2	Линник, Мотузов, Приходько
Вариант 3	Сидоренко, Терица, Фролов
Вариант 4	Яндолин, Шведов, Рясков, Мотора В.
Вариант 5	Мотора А., Колосов, Селиверстов
Вариант 6	Квач, Рожков, Шевель
Вариант 7	Кубряк
Вариант 8	Резниченко

2. Изучение нового материала.

Сегодня мы на уроке познакомимся с основными тригонометрическими тождествами. С ними вы знакомы из курса Геометрии 8 кл. при изучении темы «Соотношения сторон и углов прямоугольного треугольника»

Записать в тетрадь тему и конспект!!!!

Основные тригонометрические тождества

Тригонометрические функции связаны между собой следующими основными тождествами (их нужно выучить!!!!):

I. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	IV. $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$
II. $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	V. $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
III. $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	VI. $1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

Из тождества I вытекают формулы $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ и $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$, которыми мы будем часто пользоваться.

С помощью основных тригонометрических тождеств решается задача отыскания значений всех тригонометрических функций по известному значению одной из них.

Примеры:

1) **Зная значение одной функции угла α, найдите значения остальных тригонометрических функций этого угла:**

$$\cos\alpha = -\frac{5}{13},\quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$$

<u>Решение:</u>

По условию нам известен косинус угла, который принадлежит 3 четверти. Нужно найти тангенс, котангенс и синус данного угла.

С помощью основного тригонометрического тождества найдем квадрат синуса данного угла:

$$\boldsymbol{sin^2 \propto + cos^2 \propto = 1}$$

$$\boldsymbol{sin^2 \propto + \left(-\frac{5}{13}\right)^2 = 1}$$

$$\boldsymbol{sin^2 \propto = 1 - \frac{25}{169}}$$

$$\boldsymbol{sin^2 \propto = \frac{16}{169}}$$

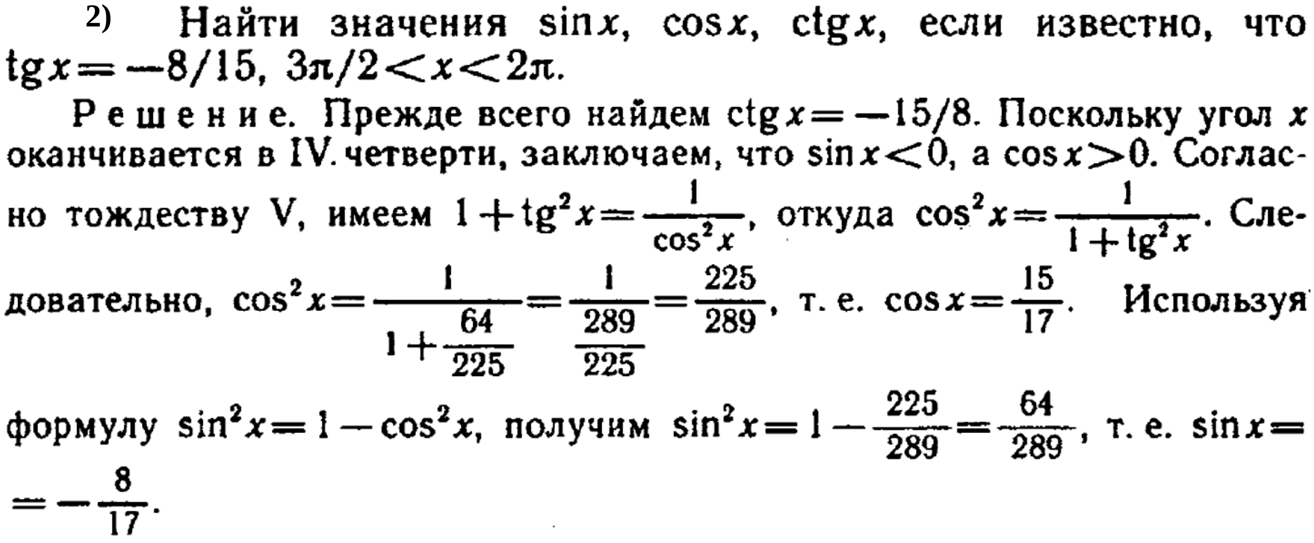
Так как угол $\propto$ принадлежит третьей четверти, то $\mathbf{sin} \propto < \mathbf{0}$, значит

$$\mathbf{sin} \propto = \sqrt{\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{169}}} = -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{13}}$$

Найдем тангенс $\propto$, $\boldsymbol{tg} \propto = \frac{\boldsymbol{sin}\propto}{\boldsymbol{cos}\propto} = \frac{-\frac{4}{13}}{-\frac{5}{13}} = \frac{4}{13} * \frac{13}{5} = \frac{4}{5}$

Найдем котангенс $\propto$, $\boldsymbol{ctg} \propto = \frac{1}{\boldsymbol{tg} \propto} = \frac{5}{4}$

2)



Найти значения $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{ctg}\, x$, если известно, что $\mathrm{tg}\, x = -8/15$, $3\pi/2 < x < 2\pi$.

Решение. Прежде всего найдем $\mathrm{ctg}\, x = -15/8$. Поскольку угол x оканчивается в IV четверти, заключаем, что $\sin x < 0$, а $\cos x > 0$. Согласно тождеству V, имеем $1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$, откуда $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \mathrm{tg}^2 x}$. Следовательно, $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \frac{64}{225}} = \frac{1}{\frac{289}{225}} = \frac{225}{289}$, т. е. $\cos x = \frac{15}{17}$. Используя формулу $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, получим $\sin^2 x = 1 - \frac{225}{289} = \frac{64}{289}$, т. е. $\sin x = -\frac{8}{17}$.

2) Упростите выражение $\cos^2\alpha - (\mathrm{ctg}^2\alpha + 1)\sin^2\alpha$

Воспользуемся следующими формулами $\boldsymbol{ctg^2} \propto \mathbf{+1} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{sin^2}\propto}$ и $\mathbf{sin^2} \propto + \boldsymbol{cos^2} \propto = \mathbf{1}$.

$$\cos^2\alpha - (\mathrm{ctg}^2\alpha + 1)\sin^2\alpha = \boldsymbol{cos^2} \propto - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{sin^2}\propto}\boldsymbol{sin^2} \propto = \boldsymbol{cos^2} \propto \mathbf{-1} = -\boldsymbol{sin^2} \propto$$

Примеры из учебника В.Т.Лисичкин, И.Л. Соловейчик «Математика в задачах с решениями»

383—394. Упростить выражения:

383. $\sin^2 x+\cos^2 x+\operatorname{ctg}^2 x$.

Решение. Используя тождества I и VI, получим

$$(\sin^2 x+\cos^2 x)+\operatorname{ctg}^2 x=1+\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}.$$

384. $\frac{1-\cos^2 x}{1-\sin^2 x}+\operatorname{tg} x\operatorname{ctg} x$.

Решение. Применив формулы $1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$, $1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$ и тождества IV и VI, находим

$$\frac{1-\cos^2 x}{1-\sin^2 x}+\operatorname{tg} x\operatorname{ctg} x=\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}+1=\operatorname{tg}^2 x+1=\frac{1}{\cos^2 x}.$$

385. $(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha)^2-(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha)^2$.

Решение. Воспользуемся формулами квадрата суммы и разности двух чисел:

$$(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha)^2-(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha)^2=\operatorname{tg}^2\alpha+2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha+$$
$$+2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}^2\alpha=4\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha=4$$

(после приведения подобных членов применили тождество IV).

386. $\sqrt{\sin^2\alpha(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^2\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha)}$.

Решение. Раскроем скобки, а затем заменим $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$, применяя тождества II и III:

$$\sqrt{\sin^2\alpha(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^2\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha)}=$$
$$=\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\alpha\operatorname{ctg}\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha\operatorname{tg}\alpha}=$$
$$=\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\cos^2\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=$$
$$=\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}=\sin\alpha+\cos\alpha.$$

---

3. Решить задания в тетради:

1) Упростить выражения:

387. $(1+\cos\alpha)\operatorname{ctg}^2\alpha(1-\cos\alpha)$.

388. $1-\sin\alpha\operatorname{ctg}\alpha\cos\alpha$.

389. $\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}\operatorname{ctg}\beta\operatorname{tg}\alpha+1$.

390. $\sin^2\alpha-\sin^2\beta-\cos^2\beta-\cos^2\alpha$.

391. $\sqrt{\frac{2}{1+\sin\alpha}+\frac{2}{1-\sin\alpha}}$.

2) Найти значения других трех основных тригонометрических функция по одной известной

397. $\cos x = -0{,}8;\ \pi/2 < x < \pi.$

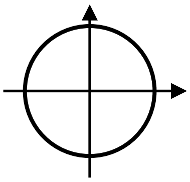
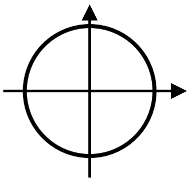
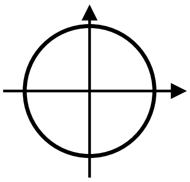
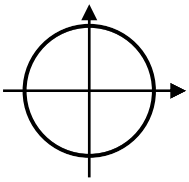
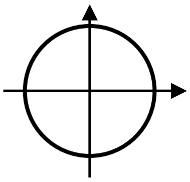
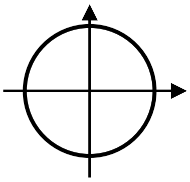
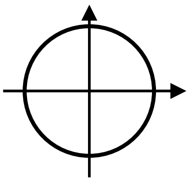
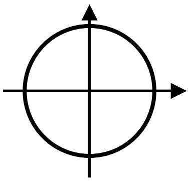
398. $\operatorname{ctg} x = 5/12;\ 0 < x < \pi/2.$

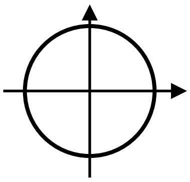
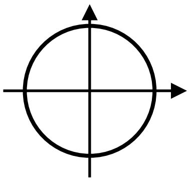
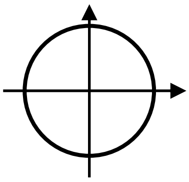
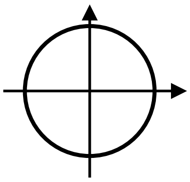
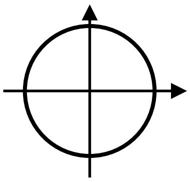
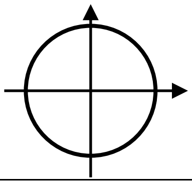
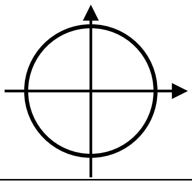
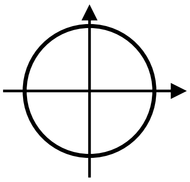
399. $\operatorname{tg} x = -4/3;\ \frac{\pi}{2} < x < \pi.$

400. $\sin x = -7/25;\ 3\pi/2 < x < 2\pi.$

Приложение 1

Самостоятельная работа по теме «Основные тригонометрические функции»

<table>
<tr><th colspan="2">Вариант 1</th><th colspan="2">Вариант 2</th></tr>
<tr>
<td>1. Знаки синуса
</td>
<td>2. Знаки тангенса
</td>
<td>1. Знаки косинуса
</td>
<td>2. Знаки котангенса
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 194°$.
4. Определите знаки выражений tg 1560^0, $\cos 1300° u \sin(-260°)$
5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha > 0$</td>
<td colspan="2">3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 290°$.
4. Определите знаки выражений ctg 2130^0, $\cos(-290°) u \sin 1130°$
5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha < 0$</td>
</tr>
<tr><th colspan="2">Вариант 3</th><th colspan="2">Вариант 4</th></tr>
<tr>
<td>1. Знаки синуса
</td>
<td>2. Знаки косинуса
</td>
<td>1. Знаки котангенса
</td>
<td>2. Знаки котангенса
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 295^0$.
4. Определите знаки выражений ctg 1560^0, $\sin 1300° u \cos(-260°)$
5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha > 0$, а $\cos\alpha < 0$</td>
<td colspan="2">3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 290°$.
4. Определите знаки выражений tg 2130^0, $\sin(-290°) u \cos 1130°$
5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha > 0$, а $\cos\alpha > 0$</td>
</tr>
</table>

Вариант 5	**Вариант 6**
1. Знаки синуса  2. Знаки котангенса 	1. Знаки котангенса  2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 394^\circ$. 4. Определите знаки выражений tg 2560^0, $\cos 300^\circ \text{и} \sin 560^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $tg\alpha > 0$	3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 490^\circ$. 4. Определите знаки выражений ctg 1130^0, $\cos 290^\circ \text{и} \sin 730^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $ctg\alpha < 0$
Вариант 7	**Вариант 8**
1. Знаки синуса  2. Знаки котангенса 	1. Знаки котангенса  2. Знаки котангенса 
3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 1250^\circ$. 4. Определите знаки выражений sin 1560^0, $tg1300^\circ \text{и}\ \_ctg(-260^\circ)$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha > 0$	3. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 980^\circ$. 4. Определите знаки выражений cos 2130^0, $ctg(-290^\circ)\text{и}\ \_tg1130^\circ$ 5. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha < 0$