

Задание для студентов гр. 2.1 на период с 27.04.- 30.04.2020 (4 часа – 2 пары)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!

Урок 1-2.

Тема урока: Преобразование тригонометрических выражений

Учебники:

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н.

Глава 1, §1

Ход урока.

1. Актуализация пройденного материала

Выполнить сам.работу (см. Приложение 1) по вариантам

№ варианта	Фамилия
2.	Брауэр
3.	Волик
4.	Емельянов
5.	Квач
6.	Колосов
7.	Кубряк
8.	Линник
9.	Мамедова
10.	Мотора А.
11.	Мотора В.
12.	Мотузов
13.	Приходько
14.	Резниченко
15.	Рожков
16.	Рясков,
17.	Селиверстов
18.	Сидоренко
19.	Терица
20.	Фролов
21.	Шведов
22.	Шевель
23.	Яндолин,

2. Изучение нового материала (записать конспект урока с примерами, формулы выучить).

Продолжаем изучение тригонометрических формул.

На данном уроке мы познакомимся с такими формулами, как:

- формулы двойных и половинных аргументов;
- формулы суммы и разности аргументов тригонометрических функций;
- формулы суммы и разности одноименных функций;
- формулы приведения.

1. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta}$$

Применение формулы.

а) Вычислить точное значение $\operatorname{tg} 15^\circ$

Решение: легко заметить, что угол 15 градусов можно представить как разность $45-30$. Тогда формула тангенса разности позволит нам вычислить требуемое значение. По указанной формуле получаем

$$\operatorname{tg} 15^\circ = \operatorname{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} : \frac{3 + \sqrt{3}}{3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} * \frac{3}{3 + \sqrt{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} =$$

$$(\text{избавимся от иррациональности}) = \frac{(3 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} =$$

$$(\text{применяем формулы сокращенного умножения}) = \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} =$$

$$(\text{сокращаем на 2}) = 2 - \sqrt{3}.$$

б) Вычислить $\sin 15^\circ$

Решение: применяем формулу синуса разности двух углов.

Имеем:

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} - 1)$$

с) Найдите значение выражения: $\sin(a + b) - 2\cos a * \sin b$, если $a = 73^\circ$ и $b = 28^\circ$.

Прежде всего нужно упростить выражение: $\sin(a + b) - 2\cos a * \sin b = \sin a * \cos b + \cos a * \sin b - 2\cos a * \sin b =$ (приведем подобные слагаемые) $= \sin a * \cos b - \cos a * \sin b = \sin(a - b) = \sin(73^\circ - 28^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

д) Упростите выражение:

а) $\cos x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x = \cos x + \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x}$.

б) $\cos^4 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x = \cos^2 x (\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x$;

в) $1 - \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin \alpha}{2\cos \alpha} = \frac{2\cos \alpha - 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2\cos \alpha} = \frac{2\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}{2\cos \alpha} = \cos^2 \alpha$;

404. Доказать тождество

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Решение. Используя формулы (3) и (4), преобразуем левую часть тождества:

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} &= \frac{\sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4}} = \\ &= \frac{2\sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha}{2\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

3. Формулы двойного аргумента.

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1$ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$
--

Применение.

1. Вычислить:

$$1) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2) \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1}{2} \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$3) \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}} = \operatorname{tg} \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1.$$

2. Дано: $\cos x = 0,6$, $x \in 4$ четверти. Найти $\cos 2x$ и $\sin 2x$

Решение:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}, \quad \sin x = -\frac{4}{5},$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}.$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) \cdot \frac{3}{5} = -\frac{24}{25}.$$

3. Упростить: $\frac{\sin 4t}{\cos 2t}$

Решение:

$$\frac{\sin 4t}{\cos 2t} = \frac{2 \sin 2t \cos 2t}{\cos 2t} = 2 \sin 2t.$$

4. Формулы приведения.

Формулы приведения предназначены для того, чтобы привести тригонометрическую функцию произвольного угла к тригонометрической функции наименьшего из углов.

Формул приведения много, но все они подчиняются двум правилам:

Первое правило:

Для аргументов $\left(\frac{\pi}{2} + / - \alpha \right)$ и $\left(\frac{3\pi}{2} + / - \alpha \right)$ функция меняется на кофункцию, т.е. синус на косинус и наоборот, тангенс на котангенс и наоборот.

Для аргументов $(\pi + / - \alpha)$ и $(2\pi + / - \alpha)$ функция не меняется.

Примеры на первое правило:

Знак пока не учитываем, он определяется вторым правилом, пока важно понять, в каких случаях функция меняется на кофункцию, а в каких не меняется.

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = (?) \cos\alpha;$$

$$2) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = (?) \sin\alpha;$$

$$3) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = (?) \operatorname{ctg}\alpha;$$

$$4) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = (?) \operatorname{tg}\alpha.$$

Для аргументов вида $\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ наименование функции следует изменить на кофункцию.

$$5) \sin(\pi + \alpha) = (?) \sin\alpha;$$

$$6) \cos(\pi - \alpha) = (?) \cos\alpha;$$

$$7) \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = (?) \operatorname{tg}\alpha;$$

$$8) \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha) = (?) \operatorname{ctg}\alpha.$$

Для аргументов вида $\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$ наименование функции не меняется.

Второе правило (для знака приведенной функции, функции угла α).

1) Считаем угол α острым.

2) Определяем четверть и знак в ней приводимой функции (функции слева).

3) Ставим этот знак перед приведенной к углу α функцией (функцией справа).

Примечание: Угол α может быть любым, острым мы его считаем условно, для применения правила.

Примеры на второе правило:

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = (?) \cos\alpha.$$

Угол $\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ находится во второй четверти. Во второй четверти $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0$, ставим знак

плюс, т.е. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = +\cos\alpha.$

2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = (?)\sin\alpha.$

Угол $\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ находится в третьей четверти. В третьей четверти $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$, ставим

знак минус, т.е. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha.$

Общие примеры.

Примеры из учебника В.Т.Лисичкин, И.Л. Соловейчик «Математика в задачах с решениями»

№ 415. Вычислить $\sin 210^\circ$

Представим $210^\circ = 180^\circ + 30^\circ$

Применяя пр.1 и 2, а так же учитывая, что угол 210° оканчивается в 3-ей четверти, находим $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

№ 416. Вычислить $\cos 300^\circ$

$$\cos 300^\circ = \cos(270^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

В этом примере мы сменили функцию на кофункцию по правилу №1. Так как 300° заканчивается в 4-ой четверти, в которой косинус положительный, то знак «-» не ставим.

417. Вычислить $\sin \frac{53\pi}{6}$.

Решение. Имеем $\frac{53\pi}{6} = 8\frac{5}{6}\pi$. Опуская целое число периодов, получим

$$\sin \frac{53\pi}{6} = \sin \frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

418. Вычислить $\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

Решение. Функция $y = \operatorname{tg} x$ — нечетная, поэтому $\operatorname{tg}(-300^\circ) = -\operatorname{tg} 300^\circ$. Так как $300^\circ = 270^\circ + 30^\circ$ и угол 300° оканчивается в IV четверти, то

$$\operatorname{tg}(-300^\circ) = -\operatorname{tg} 300^\circ = -\operatorname{tg}(270^\circ + 30^\circ) = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}.$$

5. Формулы суммы и разности функций.

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \text{ или } \cos \alpha - \cos \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

Примеры применения формул.

а) Упростить: $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$

Решение:

$$\sin 40^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{40^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ - 20^\circ}{2} = 2 \cos 30^\circ \cos 10^\circ = 1 \cdot \frac{1}{2} \cos 10^\circ = \cos 10^\circ.$$

б) Вычислить: $\frac{\sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 20^\circ}$.

$$\begin{aligned} \sin 10^\circ + \sin 50^\circ &= 2 \sin \frac{10^\circ + 50^\circ}{2} \cos \frac{10^\circ - 50^\circ}{2} = 2 \sin 30^\circ \cos(-20^\circ) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 20^\circ \\ &= \cos 20^\circ. \end{aligned}$$

Решение: 1)

$$2) \frac{\sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 1.$$

Приложение 1

Самостоятельная работа по теме «Основные тригонометрические функции»

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2	ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
<p>1°. $\sin \alpha = \frac{12}{13}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \beta$.</p> <p>3. $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{1 - 2 \sin^2 \alpha} - \sin^2 \alpha$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>2°. $\sin^2 \gamma + \sin \gamma \cos \gamma \operatorname{ctg} \gamma$.</p> <p>3. $\frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos^2 x} + 2 \sin x$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = \frac{12}{13}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>2°. $3 - \sin^2 x - \cos^2 x$.</p> <p>3. $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \frac{1}{8} \operatorname{ctg} \frac{1}{8}$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $\operatorname{tg}^2 \beta (1 - \sin \beta)(1 + \sin \beta)$.</p> <p>3. $\left(\frac{\sin \gamma}{\operatorname{tg} \gamma}\right)^2 + \left(\frac{\cos \gamma}{\operatorname{ctg} \gamma}\right)^2$.</p>
ВАРИАНТ 5	ВАРИАНТ 6	ВАРИАНТ 7	ВАРИАНТ 8
<p>1°. $\cos \alpha = -0,8, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>2°. $\operatorname{tg}^2 \varphi (1 - \sin^2 \varphi)$.</p> <p>3. $(1 + \sin t)(\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)(1 - \sin t)$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = \frac{24}{25}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>2°. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{7} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} - \sin^2 \beta$.</p> <p>3. $\operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \operatorname{ctg}^2 \beta$.</p> <p>3. $\frac{\cos^3 \varphi - \cos \varphi}{\sin \varphi \operatorname{ctg} \varphi} - \cos^2 \varphi$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{8}{17}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>2°. $2 \operatorname{ctg} t + (1 - \operatorname{ctg} t)^2$.</p> <p>3. $(\cos^2 \gamma \operatorname{ctg}^2 \gamma + \cos^2 \gamma) \operatorname{tg} \gamma$.</p>
ВАРИАНТ 9	ВАРИАНТ 10	ВАРИАНТ 11	ВАРИАНТ 12
<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>2°. $(1 + \operatorname{ctg} x)^2 - \frac{1}{\sin^2 x}$.</p> <p>3. $\frac{\left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin t\right) \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \sin t\right)}{\cos 0 \cdot \sin^2 t}$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = \frac{9}{41}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $\sin^2 \gamma (1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma)$.</p> <p>3. $\frac{1 - \sin^2 \beta}{1 - \cos^2 \beta} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{7}{25}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>2°. $\operatorname{tg} \frac{2}{3} \operatorname{ctg} \frac{2}{3} - \cos^2 \gamma$.</p> <p>3. $\frac{(\operatorname{tg}^2 \beta - \sin^2 \beta) \operatorname{ctg}^2 \beta}{\cos^2 \beta}$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -0,8, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>2°. $(1 + \operatorname{tg} \beta)^2 - 2 \operatorname{tg} \beta$.</p> <p>3. $\frac{\cos 0 \cdot \sin^2 \varphi}{\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \sin \varphi\right) \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \varphi\right)}$.</p>
ВАРИАНТ 13	ВАРИАНТ 14	ВАРИАНТ 15	ВАРИАНТ 16
<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{15}{17}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $1 + \sin^2 \beta - \cos^2 \beta$.</p> <p>3. $\frac{\sin^2 \gamma \cos^2 \gamma}{\cos \gamma - \cos^3 \gamma}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>2°. $(1 - \cos x)(1 + \cos x) \operatorname{ctg}^2 x$.</p> <p>3. $\frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{1 - 2 \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{40}{41}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>2°. $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$.</p> <p>3. $\cos \gamma + \frac{2 \sin^2 \gamma - 1}{\sin \gamma + \cos \gamma}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.</p> <p>2°. $(1 - \cos^2 t) \operatorname{ctg}^2 t$.</p> <p>3. $\frac{\sin \gamma - \cos \gamma (\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{ctg} \gamma)}{\cos \gamma}$.</p>

ВАРИАНТ 17	ВАРИАНТ 18	ВАРИАНТ 19	ВАРИАНТ 20
<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$</p> <p>2°. $\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg} 0,3 \operatorname{ctg} 0,3$.</p> <p>3. $\sin^2 \alpha + \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 - 2 \cos^2 \alpha}$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$</p> <p>2°. $\cos^2 \beta (\operatorname{ctg}^2 \beta + 1)$.</p> <p>3. $\frac{1 - \cos^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} + \operatorname{tg} \frac{2}{3} \operatorname{ctg} \frac{2}{3}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$</p> <p>2°. $\sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha + \cos^2 \alpha$</p> <p>3. $\frac{\sin^2 x \operatorname{ctg}^2 x}{1 - \sin^2 x} + \operatorname{ctg}^2 x$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = -\frac{8}{17}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$</p> <p>2°. $\operatorname{ctg}^2 \gamma + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} \varphi$.</p> <p>3. $\frac{(\cos 0 - \cos x)(1 + \cos x)}{\cos^2 x}$.</p>
ВАРИАНТ 21	ВАРИАНТ 22	ВАРИАНТ 23	ВАРИАНТ 24
<p>1°. $\cos \alpha = \frac{15}{17}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$</p> <p>2°. $\operatorname{tg} \frac{2}{7} \operatorname{ctg} \frac{2}{7} - \sin^2 \gamma$.</p> <p>3. $\operatorname{tg}^2 \beta - \frac{2 \cos^2 \beta - 1}{2 \sin^2 \beta - 1}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = -\frac{7}{25}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$</p> <p>2°. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$</p> <p>3. $\left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\right)^2 - \operatorname{tg}^2 x$.</p>	<p>1°. $\sin \alpha = 0,8, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$</p> <p>2°. $(\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1) \operatorname{tg}^2 \alpha$</p> <p>3. $\operatorname{ctg} \gamma \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{\sin \gamma - \sin^3 \gamma}$.</p>	<p>1°. $\cos \alpha = \frac{7}{25}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$</p> <p>2°. $(1 + \operatorname{tg} \beta)^2 - \frac{1}{\cos^2 \beta}$.</p> <p>3. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1}$.</p>

