	Задание для студентов гр. 5.1 на период с 24.03.2020 – 11.04.2020 (6 часов) Дисциплина «Математика» Преподаватель Токарская М.С. Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru Тел. 89147174421 – WhatsApp
5.1	1. **Выполнить проверочную работу по теме «Основные тригонометрические тождества» - Приложение 1.** **Уровень В** выполняют: Бычков, Кончук, Полоротов, Федореев – 3 вариант, Чернодед, Шахрай, Шуляренко – 4 вариант. **Уровень А** – остальные: 1 вариант – четные номера по списку/рапортичке, 2 вариант – нечетные номера по списку/рапортичке 2. **Выучить основные тригонометрические тождества** 3. **Записать лекцию по теме «Формулы тригонометрии» - Приложение 2** 4. **Выучить** формулы тригонометрии: двойных и половинных аргументов, суммы одноименных функций, суммы углов тригонометрических функций, формулы приведения

Приложение 1.

Самостоятельная работа по теме: **«Основы тригонометрии»**

Уровень А

Вариант I

1. **Найдите радианную меру угла, равного:**

а) 135^0; в) 36^0;

б) 210^0; г) 10^0.

2. **Найдите градусную меру угла, равного:**

а) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{13\pi}{2}$;

б) $-\frac{11\pi}{12}$; г) $-\frac{3\pi}{4}$.

3. **Найдите значение выражения:**

а) $2\cos 60^0 + \sqrt{3}\cos 30^0$;

б) $5\sin 30^0 - ctg\,45^0$;

в) $3tg\,45^0 \cdot tg\,60^0$.

4. **Найдите** $\cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$**, если** $\sin\alpha = 0{,}6$ **и** $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$**.**

Самостоятельная работа по теме: **«Основы тригонометрии»**

Уровень А

Вариант II

1. **Найдите радианную меру угла, равного:**

а) 35^0; в) 136^0;

б) 20^0; г) 110^0.

2. **Найдите градусную меру угла, равного:**

а) $-\frac{\pi}{5}$; в) $-\frac{9\pi}{2}$;

б) $\frac{11\pi}{12}$; г) $\frac{3\pi}{4}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $2\sin 45^0 - 4\cos 30^0$;

б) $6ctg\,60^0 - 2\sin 60^0$;

в) $4tg\,60^0 \cdot \sin 60^0$.

3. Найдите $\sin\alpha, ctg\alpha, tg\alpha$**, если** $\cos\alpha = -0{,}8$ **и** $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$**.**

Самостоятельная работа по теме: **«Основы тригонометрии»**

Уровень В

Вариант III

1. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 194°$.
2. Определите знаки выражений tg 1560^0, $\cos 1300° и \sin(-260°)$
3. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha > 0$
4. Найдите значение выражения:

а) $8sin\frac{\pi}{6}cos\frac{2\pi}{3}tg\frac{4\pi}{3}ctg\frac{7\pi}{4}$;

б)$-10ctg\frac{3\pi}{4}sin^2\frac{5\pi}{4}cos\frac{7\pi}{4}$;

в) $3tg\,45^0 \cdot tg\,60^0$.

5. Найдите три другие основные тригонометрические функции, если:

a) $\sin\alpha = \frac{9}{41}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

b) $\cos\alpha = -\frac{4}{5}, \alpha \in 2$ четверти

6. Упростить выражение:

a) $sin^2\gamma + cos^2\gamma + ctg^2\gamma$

b) $\frac{cos^3\alpha - cos\alpha}{sin\alpha \cdot ctg\alpha} - cos^2\alpha$

Самостоятельная работа по теме: **«Основы тригонометрии»**

Уровень В

Вариант IV

1. Определите знаки тригонометрических функций для угла $\alpha = 290°$.
2. Определите знаки выражений ctg 2130^0, $\cos(-290°) и \sin 1130°$
3. В какой координатной четверти расположен угол α, если $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha < 0$
4. Найдите значение выражения:

а) $-4sin^2\frac{\pi}{3}cos\frac{2\pi}{3}tg\frac{4\pi}{3}ctg\frac{7\pi}{4}$;

б) $10ctg\frac{3\pi}{4}sin\frac{5\pi}{4}cos\frac{7\pi}{4}$;

Найдите $\sin\alpha, \cos\alpha, tg\alpha$, если:

a) $ctg\alpha = \frac{1}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b) $sin\alpha = -\frac{40}{41}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

5. Упростить выражение:

a) $cos^2\alpha(1 + tg^2\alpha)$

b) $cos\gamma + \frac{2sin^2\gamma - 1}{sin\gamma + cos\gamma}$

Приложение 2.

Урок-практикум по теме "Преобразования тригонометрических выражений"

Цель: закрепить умения учащихся применять тригонометрические формулы для вычислений значений и упрощения выражений.

План работы.

1. Повторить основные изученные формулы.
2. Законспектировать теоретическую часть с решенными примерами (за исключением тех формул, которые у вас уже есть)
3. Выполнить задания, опираясь на образцы решений и алгоритм.
4. Не забудьте сдать работу!!!

Теоретическая часть.

1. Основные тригонометрические тождества.

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad ctg\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$$

$$tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha},\quad 1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

2. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

$$tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha\pm\beta)=\frac{-1\pm ctg\alpha\cdot ctg\beta}{ctg\alpha\pm ctg\beta}$$

Применение формулы.

а) Вычислить точное значение $tg15^0$

Решение: легко заметить, что угол 15 градусов можно представить как разность 45−30. Тогда формула тангенса разности позволит нам вычислить требуемое значение. По указанной формуле получаем

$$tg\ 15^0 = tg(45^0 - 30^0) = \frac{tg45^0 - tg30^0}{1 + tg45^0 tg30^0} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 * \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3} : \frac{3+\sqrt{3}}{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{3} * \frac{3}{3+\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} =$$

$(\textit{избавимся от иррациональности}) = \frac{(3-\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} =$

$(\textit{применияем формулы сокращенного умножения}) = \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = (\textit{сокращаем на } 2) = 2 - \sqrt{3}.$

b) Вычислить $\sin 15^0$

***Решение*:** применяем формулу синуса разности двух углов.

Имеем :

$$\sin 15^0 = \sin(45^0 - 30^0) = \sin 45^0 \cdot \cos 30^0 - \cos 45^0 \cdot \sin 30^0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$$

c) Найдите значение выражения: $\sin(a+b) - 2cosa * sinb$, если а $= 73^0$ и $b = 28^0$.

Прежде всего нужно упростить выражение: $\sin(a+b) - 2cosa * sinb = sina * cosb + cosa * sinb - 2cosa * sinb =$ (приведем подобные слагаемые) $= sina * cosb - cosa * sinb =$ $\sin(a-b) = \sin(73^0 - 28^0) = sin45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Упростите выражение:

а) $\cos x + tg\, x \cdot \sin x = \cos x + \frac{sin^2x}{cosx} = \frac{cos^2x + sin^2x}{cosx} = \frac{1}{cosx}$;

б) $\cos^4 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x = \cos^2 x(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x$;

в) $1 - \frac{sin2\alpha \cdot sin\alpha}{2cos\alpha} = \frac{2cos\alpha - 2sin\alpha \cdot cos\alpha \cdot sin\alpha}{2cos\alpha} = \frac{2cos\alpha(1 - sin^2\alpha)}{2cos\alpha} = cos^2\alpha$;

3. Формулы двойного аргумента.

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha, \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2\alpha, \quad \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2\alpha - 1$$

$$tg 2\alpha = \frac{2 \cdot tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

$$ctg 2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2 \cdot ctg\alpha}$$

Применение.

1. Вычислить:

1) $cos^2\frac{\pi}{8} - sin^2\frac{\pi}{8} = cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right) = cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

2) $sin\frac{\pi}{12}\cdot cos\frac{\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(2sin\frac{\pi}{12}\ cos\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}sin\left(2\cdot\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$

3) $\frac{2tg\frac{\pi}{8}}{1 - tg^2\frac{\pi}{8}} = tg\left(2\ \frac{\pi}{8}\right) = tg\frac{\pi}{4} = 1.$

2. Дано: $\boldsymbol{cosx = 0,6, x \in 4}$ четверти. Найти $\boldsymbol{cos2x}$ и $\boldsymbol{sin2x}$

Решение:

$$sin^2x = 1 - cos^2x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}, \qquad sinx = -\frac{4}{5},$$

$$cos2x = cos^2x - sin^2x = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}.$$

$$sin2x = 2sinx\ cosx = 2\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{3}{5} = -\frac{24}{25}.$$

3. Упростить: $\boldsymbol{\frac{sin4t}{cos2t}}$

Решение:

$$\frac{sin4t}{cos2t} = \frac{2sin2t\ cos2t}{cos2t} = 2sin2t.$$

4. Формулы приведения.

Формулы приведения предназначены для того, чтобы привести тригонометрическую функцию произвольного угла к тригонометрической функции наименьшего из углов.

Формул приведения много, но все они подчиняются двум правилам:

Первое правило:

Для аргументов $\left(\frac{\pi}{2} +/- \alpha\right)$ и $\left(\frac{3\pi}{2} +/- \alpha\right)$ функция меняется на кофункцию, т.е. синус на косинус и наоборот, тангенс на котангенс и наоборот.

Для аргументов$(\pi +/- \alpha)$ и $(2\pi +/- \alpha)$ функция не меняется.

Примеры на первое правило:

Знак пока не учитываем, он определяется вторым правилом, пока важно понять, в каких случаях функция меняется на кофункцию, а в каких не меняется.

1) $sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=(?)cos\alpha;$

2) $cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=(?)sin\alpha;$

3) $tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=(?)ctg\alpha;$

4) $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=(?)tg\alpha.$

Для аргументов вида $\frac{\pi}{2}\pm\alpha, \frac{3\pi}{2}\pm\alpha$ наименование функции следует изменить на кофункцию.

5) $sin(\pi+\alpha)=(?)sin\alpha;$

6) $cos(\pi-\alpha)=(?)cos\alpha;$

7) $tg(\pi-\alpha)=(?)tg\alpha;$

8) $ctg(2\pi-\alpha)=(?)ctg\alpha.$

Для аргументов вида $\pi\pm\alpha, 2\pi\pm\alpha$ наименование функции не меняется.

Второе правило (для знака приведенной функции, функции угла $\boldsymbol{\alpha}$.

1) Считаем угол $\boldsymbol{\alpha}$ острым.

2) Определяем четверть и знак в ней приводимой функции (функции слева).

3) Ставим этот знак перед приведенной к углу $\boldsymbol{\alpha}$ функцией (функцией справа).

Примечание: Угол $\boldsymbol{\alpha}$ может быть любым, острым мы его считаем условно, для применения правила.

Примеры на второе правило:

1) $sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=(?)cos\alpha.$

Угол $\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ находится во второй четверти. Во второй четверти $sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)>0$, ставим знак плюс, т.е. $sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=+cos\alpha.$

2) $cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=(?)sin\alpha.$

Угол $\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ находится в третьей четверти. В третьей четверти $cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)<0,$ ставим знак минус, т.е. $cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-sin\alpha.$

5. Формулы суммы и разности функций.

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\text{ или }\cos\alpha-\cos\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

Примеры применения формул.

а)Упростить: $sin40°+sin20°$

Решение:

$$sin40°+sin20°=2sin\frac{40°+20°}{2}cos\frac{40°-20°}{2}=2cos30°cos10°=1\cdot\frac{1}{2}cos10°=cos10°.$$

б) Вычислить: $\frac{sin10°+sin50°}{cos20°}.$

*Решение:*1)

$$sin10°+sin50°=2sin\frac{10°+50°}{2}cos\frac{10°-50°}{2}=2sin30°cos(-20°)=2\cdot\frac{1}{2}cos20°=cos20°.$$

2) $\frac{sin10°+sin50°}{cos20°}=\frac{cos20°}{cos20°}=1.$

Практическая часть.

1. Упростите выражение: $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha$.
2. Вычислить, используя основные тригонометрические формулы: $2\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$
3. Вычислить, представив аргумент в виде суммы или разности: $\sin 75^0$.

4. Упростить: $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha * \cos\beta} +$ tg β .

5. Преобразовать в произведение: $\frac{\sin 180 \ + \sin 200}{\cos 80 \ + \cos 40}$; .

6. Вычислить, используя формулы приведения ***sin 210^0*** и ***cos 315^0*.**

7. Доказать тождество: $\cos^4\alpha \ + \ \sin^2\alpha.\cos^2\alpha \ + \ \sin^2\alpha \ = \ 1$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ:

8. Преобразовать в произведение: $\frac{cos20^0 - sin20^0}{sin65^0 + cos65^0}$

9. Упростить: $\frac{1 + cos2a + sin2a}{cosa + sina}$

10. Вычислить без таблиц и калькулятора: $cos\,\frac{\pi}{12}$

11. Преобразовать в произведение: $1 + 2\cos\alpha \ + \ \cos 2\alpha$

12. Доказать тождество:

$$\boldsymbol{\frac{cos^2(a-b) - cos^2(a+b)}{4cos^2a * cos^2b} = tga * tgb}$$

СПАСИБО ЗА УРОК!