

**Задание для студентов гр. ИС 1 на период с 25.05 – 30.05.2020 (4 пары – 8 часов)**

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: [maya\\_tok@mail.ru](mailto:maya_tok@mail.ru)

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

**Все задания отправлять на почту!!!!**

Учебники:

1. [http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra\\_i\\_nachala\\_mat\\_analiz.pdf](http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf)  
- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4 §9, п.32
2. <https://ru.calameo.com/read/0007452692fa11c1f518e> - Башмаков М.И., Математика

**Повторение. Подготовка к экзамену.**

**Ребята! Мы начинаем подготовку к экзамену. Ваша задача внимательно проработать конспекты по темам, решить все заданные примеры. Для решения примеров обращайтесь не только к новым конспектам, но и используйте материалы прошедших в первом семестре уроков.**

**Тема 1. Корни натуральной степени. Степень с целым и рациональным показателем.**

**Краткий теоретический материал.**

**Определение:** **Квадратным корнем** из числа  $a$  называют такое число, квадрат которого будет равен  $a$ .

**Определение:** **Арифметическим квадратным корнем** из числа  $a$  называют неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .

Обозначение:  $\sqrt{a}$ .

**Определение:** **Кубический корень из  $a$**  — это такое число, которое при возведении в третью степень дает число  $a$ .

Обозначение:  $\sqrt[3]{a}$

Например:

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

На основании определений квадратного и кубического корней, можно сформулировать определения корня  $n$ -ой степени и арифметического корня  $n$ -ой степени.

**Определение:** Корнем  $n$ -ой степени из числа  $a$  называют такое число,  $n$ -ая степень которого будет равна  $a$ .

**Определение:** Арифметическим корнем натуральной степени, где  $n \geq 2$ , из неотрицательного числа  $a$  называется неотрицательное число,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

*Обозначение:*  $\sqrt[n]{a}$  – корень  $n$ -й степени, где

$n$  – степень арифметического корня;

$a$  – подкоренное выражение.

Давайте рассмотрим такой пример:  $\sqrt[3]{-64} = ?$

Мы знаем, что  $(-4)^3 = -64$ , следовательно,  $\sqrt[3]{-64} = -4$ .

Еще один пример:  $\sqrt[5]{-243} = ?$ .

Мы знаем, что  $(-3)^5 = -243$ , следовательно,  $\sqrt[5]{-243} = -3$ .

На основании этих примеров, можно сделать вывод:

$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ , при условии, что  $n$  – нечетное число.

**Свойства арифметического корня натуральной степени:**

Если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  и  $n, m$  – натуральные числа, причем  $n \geq 2$ ,  $m \geq 2$ , то справедливо следующее:

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ .

**Примеры:**

$$\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\sqrt[5]{27} \cdot \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{27 \cdot 9} = \sqrt[5]{243} = 3$$

2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

**Примеры:**

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{\sqrt[5]{288}}{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[5]{\frac{288}{9}} = \sqrt[5]{32} = 2$$

3.  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

Пример:

$$(\sqrt[4]{2})^8 = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{256} = 4$$

4.  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Пример:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{729}} = \sqrt[3 \cdot 2]{729} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$$

5. Для любого  $a$  справедливо равенство:  $\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|, k \in \mathbb{N}$

Пример:

Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(x-3)^4} + \sqrt[2]{(x-6)^2}$ , при  $3 < x < 6$ .

Степени заданных арифметических корней 4 и 2, четные числа, следовательно, мы можем применить свойство №5:

$$\sqrt[4]{(x-3)^4} = |x-3| = x-3, \text{ т. к. } x > 3 \text{ по условию}$$

$$\sqrt[2]{(x-6)^2} = |x-6| = 6-x, \text{ т. к. } x < 6 \text{ по условию}$$

Получаем:  $x-3+6-x=3$

**Задания:**

Решить примеры. Сохранить исходную нумерацию.

**33.1.** Назовите подкоренное число и показатель корня:

а)  $\sqrt[4]{3}$ ; б)  $\sqrt[7]{5}$ ; в)  $\sqrt{11}$ ; г)  $\sqrt[15]{37}$ .

**33.2.** Докажите, что верно равенство:

а)  $\sqrt{361} = 19$ ; в)  $\sqrt[3]{343} = 7$ ;

б)  $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$ ; г)  $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$ .

**33.3.** Объясните, почему неверно равенство:

а)  $\sqrt{25} = -5$ ; в)  $-\sqrt[3]{-8} = -2$ ;

б)  $\sqrt[6]{-64} = -2$ ; г)  $\sqrt[4]{625} = -25$ .

Вычислите:

33.5. а)  $\sqrt[4]{16}$ ; б)  $\sqrt[5]{32}$ ; в)  $\sqrt[4]{81}$ ;

33.6. а)  $\sqrt[3]{0,125}$ ; б)  $\sqrt[4]{0,0625}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,0081}$ ;

33.7. а)  $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$ ; б)  $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{100}{121}}$ ;

33.8. а)  $\sqrt[7]{-128}$ ; б)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ ; в)  $\sqrt[3]{-64}$ ;

33.9. Вычислите:

а)  $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$ ; в)  $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$ ;

б)  $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$ ; г)  $12 - 6\sqrt[3]{0,125}$ .

35.1. Найдите значение числового выражения:

а)  $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$ ; в)  $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$ ;

б)  $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$ ; г)  $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243}$ .

35.2. Найдите значение числового выражения:

а)  $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}}$ ; б)  $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ ; в)  $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}}$ ; г)  $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$ .

35.3. а)  $\sqrt[3]{24 \cdot 9}$ ; б)  $\sqrt[5]{48 \cdot 162}$ ; в)  $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$ ; г)  $\sqrt[4]{54 \cdot 24}$ .

35.4. а)  $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}}$ ; б)  $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}}$ ; в)  $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}}$ ; г)  $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}}$ .

Упростите выражение, считая, что все переменные принимают только положительные значения:

35.7. а)  $\sqrt[4]{x^2}$ ; б)  $\sqrt[6]{y^4}$ ; в)  $\sqrt[10]{a^5}$ ;

35.8. а)  $\sqrt[4]{b^8}$ ; б)  $\sqrt{l^6}$ ; в)  $\sqrt[5]{a^{15}}$ ;

35.9. а)  $\sqrt{a^2b^4}$ ; б)  $\sqrt[3]{a^3b^6}$ ; в)  $\sqrt[4]{a^4b^8}$ ;

35.10. а)  $\sqrt{\frac{49a^4}{169b^2}}$ ; б)  $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8}{c^{12}}}$ ; в)  $\sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}}$ ;

Вычислите:

35.11. а)  $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$ ; в)  $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$ ;

б)  $\sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25}$ ; г)  $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{486}$ .

35.12. а)  $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ ; б)  $\frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}}$ ; в)  $\frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}}$ ;

## Тема 2. Степень с рациональным показателем (обобщение понятия степень).

[http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra\\_i\\_nachala\\_mat\\_analiz.pdf](http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf)

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4 §9, п.34

### Краткий теоретический материал.

**Определение.** Степенью числа  $a > 0$  с рациональным показателем  $r = \frac{m}{n}$ , где  $m$  – целое число, а  $n$  – натуральное ( $n > 1$ ), называется число  $\sqrt[n]{a^m}$

Итак,  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Например,  $\sqrt[4]{7} = 7^{\frac{1}{4}}$ ,  $2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^5} = \sqrt[2]{32} = \sqrt{32}$ ,  $x^{-\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{x^{-7}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x^7}}$

**Степень числа 0 определена только для положительных показателей;**

по определению  $0^r = 0$ , для любого  $r > 0$

### Замечания

1. Из определения степени с рациональным показателем следует, что для любого положительного  $a$  и любого рационального  $r$  число  $a^r$  положительно.
2. Любое рациональное число допускает различные записи его в виде дроби, поскольку  $\frac{m}{n} = \frac{mk}{nk}$  для любого натурального  $k$ . Значение  $a^r$  также не зависит от формы записи рационального числа  $r$ .
3. При  $a < 0$  рациональная степень числа  $a$  не определяется.

Для степеней с рациональным показателем сохраняются основные свойства степеней, верные для любых показателей (при условии, что основание степени будет положительным) (вспомните их самостоятельно)

**Задания:**

1. Вычислить:

$$\text{a) } 16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{16^5} = (\sqrt[4]{16})^5 = 2^5 = 32 \text{ или } 16^{\frac{5}{4}} = (2^4)^{\frac{5}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{5}{4}} = 2^5 = 32$$

32 – способ решения выбираете тот, который проще вам

$$\text{b) } \left(\frac{27^3}{125^6}\right)^{\frac{2}{9}} = \frac{(27^3)^{\frac{2}{9}}}{(125^6)^{\frac{2}{9}}} = \frac{((3^3)^3)^{\frac{2}{9}}}{(5^3)^{2 \cdot \frac{2}{3}}} = \frac{((3^9)^{\frac{2}{9}})}{(5^6)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{5^4} = \frac{9}{625}$$

Самостоятельно:

1) $81^{\frac{3}{4}}$ ;	4) $0,0001^{-\frac{3}{4}}$ ;	7) $\frac{9^{3,5}}{27^{\frac{1}{3}}}$ ;	10) $\frac{3^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}}{18^{\frac{1}{12}}}$ .
2) $125^{-\frac{2}{3}}$ ;	5) $\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ;	8) $\frac{8^{-1\frac{1}{3}}}{16^{-1,25}}$ ;	
3) $0,001^{-\frac{2}{3}}$ ;	6) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$ ;	9) $\frac{12^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}$ ;	

2. Найти значение выражения:

$$\text{a) } 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot 64^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \cdot (2^6)^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{6}{2}} = 2^{-\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^{-5}} = \sqrt[2]{\frac{1}{32}}$$

$$\text{b) } 0,27^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,1^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{100}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000}{27}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \frac{8^{-0,5}}{32^{1,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}} \cdot 8\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{(2^3)^{-0,5}}{(2^5)^{1,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^3\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{2^{-1,5}}{2^{7,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot (2^3)^{\frac{4}{3}} =$$

$$2^{-1,5-7,5} \cdot 3^{-1} \cdot 2^4 = 2^{-9} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2^4 = 2^{-9+4} \cdot \frac{1}{3} = 2^{-5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{96}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{96}$$

Самостоятельно.

$$\boxed{1} \frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}; 6) \left( 10^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,01^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} \quad \boxed{2} \frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{-\frac{1}{2}}}; 6) \left( 25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1}.$$

$$\boxed{3} \left( 4 \frac{17}{27} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{81^{1,5}}{625} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \boxed{4} \left( 5 \frac{1}{16} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left( \frac{32^{1,2}}{729} \right)^{\frac{1}{2}};$$

### Тема 3. Иррациональные уравнения

[http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra\\_i\\_nachala\\_mat\\_analiz.pdf](http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf)

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4

§9, п.33

*Иррациональными уравнениями* называются уравнения, в которых неизвестная величина находится под знаком корня.

Чтобы решить иррациональное уравнение, нужно предварительно освободиться от корней, подкоренные выражения которых содержат неизвестное. Чаще всего этого добиваются возведением обеих частей уравнения в квадрат. Однако при этом могут появиться так называемые «посторонние» решения, т. е. такие, которые не удовлетворяют данному уравнению. Поэтому необходимо выполнять проверку полученных результатов с помощью их подстановки в первоначальное уравнение.

**318—335.** Решить уравнения:

$$318. \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{3}.$$

**Решение.** Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$(\sqrt{x^2 - 1})^2 = (\sqrt{3})^2; x^2 - 1 = 3; x^2 = 4; x_1 = 2, x_2 = -2.$$

Получили два решения. Проверим каждое из них: если  $x = 2$ , то  $\sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$ , т. е.  $\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ; если  $x = -2$ , то  $\sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$ , т. е.  $\sqrt{3} = \sqrt{3}$ . Таким образом, значения  $x = 2$  и  $x_2 = -2$  являются корнями данного уравнения.

$$319. \sqrt{5 - x} + 2 = 7.$$

**Решение.** Обособим радикал и возведем обе части уравнения в квадрат:

$$\sqrt{5 - x} = 7 - 2; (\sqrt{5 - x})^2 = 5^2; 5 - x = 25; -x = 20; x = -20.$$

Производим проверку:  $\sqrt{5 - (-20)} + 2 = 7$ ;  $\sqrt{25} + 2 = 7$ ;  $5 + 2 = 7$ . Следовательно,  $x = -20$  — решение уравнения.

$$320. \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3.$$

Решение. Выполним сначала умножение корней:

$$\sqrt{(x-1)(2x+6)} = x+3; \quad \sqrt{2x^2-2x+6x-6} = x+3; \quad \sqrt{2x^2+4x-6} = x+3.$$

Возведем теперь обе части уравнения в квадрат:

$$(\sqrt{2x^2+4x-6})^2 = (x+3)^2; \quad 2x^2+4x-6 = x^2+6x+9; \quad x^2-2x-15 = 0.$$

Решаем квадратное уравнение. Здесь  $a=1$ ,  $b=-2$ ,  $c=-15$ ,  $D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$ ,  $\sqrt{D} = 8$ ; поэтому

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}; \quad x_1 = \frac{2-8}{2} = -3; \quad x_2 = \frac{2+8}{2} = 5; \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 5.$$

Проверим оба корня.

При  $x = -3$  имеем  $\sqrt{(-3)-1} \cdot \sqrt{2(-3)+6} = -3+3$ . Мы видим, что первый радикал не имеет смысла в области действительных чисел; поэтому  $x = -3$  — посторонний корень.

При  $x = 5$  имеем  $\sqrt{5-1} \cdot \sqrt{5 \cdot 2 + 6} = 5+3$ ;  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{16} = 8$ ;  $2 \cdot 4 = 8$ .

Итак, корнем данного уравнения является  $x = 5$ .

**Самостоятельно: № 322 – 325, №330, 332, 334.**

$$322. x - 5 = \sqrt{x+1}.$$

$$323. \sqrt{3x-5} - 4 = 5.$$

$$324. \sqrt{x^2-3x-1} + 7 = 2x.$$

$$325. x - \sqrt{25-x^2} = 7.$$

$$326. \sqrt{x-9} = \frac{36}{\sqrt{x-9}} - \sqrt{x}.$$

$$327. 5\sqrt{x} - 7 = 3\sqrt{x} - 1.$$

$$328. \frac{15}{\sqrt{10-x}} - \sqrt{3x+5} = \\ = \sqrt{10-x}.$$

$$329. \frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}} = \\ = -2.$$

$$330. \sqrt{4x-3} \cdot \sqrt{3x-5} = 3x-1.$$

$$331. 7x-2 = 3\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{3x-8}.$$

$$332. \sqrt{x-3} \cdot \sqrt{2x+2} = x+1.$$

$$333. \sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2.$$

$$334. \sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0.$$

$$335. \sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0.$$



## Тема 4. Показательные уравнения

[http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra\\_i\\_nachala\\_mat\\_analiz.pdf](http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf)

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4  
§9, п.35-36

*Показательными уравнениями* называются такие уравнения, в которых неизвестное входит в показатель степени.

Показательные уравнения решаются после преобразований по правилам I—IV с использованием дробных, нулевых и отрицательных показателей степеней.

Сначала рассмотрим простейшие показательные уравнения, т. е. такие, левую и правую части которых сразу можно привести к одному основанию.

137—178. Решить показательные уравнения:

137.  $5^x = 625$ .

Решение. Записав 625 в виде  $5^4$ , получим  $5^x = 5^4$ , откуда  $x = 4$ .

138.  $8^x = 32$ .

Решение. Имеем  $32 = 2^5$ ;  $8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$ . Следовательно,  $2^{3x} = 2^5$ , откуда  $3x = 5$ , т. е.  $x = 5/3$ .

139.  $16^x = 1/4$ .

Решение. Так как  $16 = 2^4$ ,  $1/4 = 2^{-2}$ , то уравнение примет вид  $2^{4x} = 2^{-2}$ , откуда  $4x = -2$ , т. е.  $x = -1/2$ .

140.  $\sqrt{5^x} = \sqrt[3]{25}$ .

Решение. Имеем  $\sqrt{5^x} = 5^{x/2}$ ;  $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{2/3}$ ; следовательно,  $5^{x/2} = 5^{2/3}$ ;  $x/2 = 2/3$ ;  $x = 4/3$ .

141.  $5 \cdot 2^{(x+2)(x+3)} = 1$ .

Решение. Любое отличное от нуля число в нулевой степени равно единице; поэтому можно записать  $1 = 5 \cdot 2^0$ . Таким образом,  $5 \cdot 2^{(x+2)(x+3)} = 5 \cdot 2^0$ , откуда  $(x+2)(x+3) = 0$ . Согласно свойству произведения,  $x+2 = 0$  или  $x+3 = 0$ , т. е.  $x = -2$ ,  $x = -3$ .

### Самостоятельно:

142.  $3^x = 243$ .      143.  $2^{-x} = 16$ .      144.  $9^{-x} = 27$ .

145.  $25^x = \frac{1}{5}$ .      146.  $7^x = \frac{1}{49}$ .      147.  $2^{x+1} = 32$ .

151.  $2^{x-1} = 1$ .      152.  $8^{x^2-9x+20} = 1$ .

157.  $2^{5x^2-14x+1} = 16^{x^2-x-5}$ .

159.  $8^{\frac{5}{3}x-4} - 4^{6-\frac{3}{2}x} = 0$ .

Следующий тип показательных уравнений решается вынесением множителя с наименьшим показателем степени за скобки.

$$161. 2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 44.$$

Решение. Так как наименьшим показателем степени является  $x-3$ , то вынесем  $2^{x-3}$  за скобки:

$$2^{x-3} \cdot (2^3 + 2^2 - 1) = 44; 2^{x-3}(8+4-1) = 44; 2^{x-3} \cdot 11 = 44.$$

Разделив обе части уравнения на 11, получим

$$2^{x-3} = 4; 2^{x-3} = 2^2; x-3 = 2; x = 5.$$

**Пример:**  $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$

$$6^x \cdot 6 + 35 \cdot 6^x \cdot \frac{1}{6} = 71;$$

$$6^x \cdot \left(6 + \frac{35}{6}\right) = 71;$$

$$6^x \cdot \left(6 + 5\frac{5}{6}\right) = 71;$$

$$6^x \cdot 11\frac{5}{6} = 71;$$

$$6^x = 71 \div 11\frac{5}{6};$$

$$6^x = \frac{71 \cdot 6}{71};$$

$$6^x = 6, \text{ т.е. } 6^x = 6^1$$

Ответ:  $x = 1$ .

Самостоятельно:

$$163. 9 \cdot 5^{x+1} - 5^x = 5500.$$

$$165. 3^{3x+1} - 2 \cdot 3^{3x} = 27.$$

$$167. 5^{2x} + 5^{2x+1} = 150.$$

$$169. 7^x - 7^{x-1} = 6.$$

Рассмотрим еще один тип показательных уравнений. Это — уравнение, которое с помощью подстановки  $a^x = y$  сводится к квадратному уравнению.

$$171. 7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49.$$

Решение. Полагая  $7^x = y$ , получим квадратное уравнение  $y^2 - 48y - 49 = 0$ . Решим его. Здесь  $a = 1$ ,  $b = -48$ ,  $c = -49$ ;  $D = b^2 - 4ac = (-48)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-49) = 2304 + 196 = 2500$ ;  $\sqrt{D} = 50$ . Используя формулу  $y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , находим

$$y_1 = \frac{48 - 50}{2} = \frac{-2}{2} = -1; \quad y_2 = \frac{48 + 50}{2} = \frac{98}{2} = 49.$$

Так как  $7^x = y$ , то  $7^x = -1$  (это равенство невозможно, поскольку показательная функция может принимать только положительные значения);  $7^x = 49$ ;  $7^x = 7^2$ , т. е.  $x = 2$ . Итак, получаем ответ:  $x = 2$ .

$$172. 5 \cdot 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0.$$

Решение. Положим  $5^x = y$ ; тогда получим  $5y^2 - 6y + 1 = 0$ . Здесь  $a = 5$ ,  $b = -6$ ,  $c = 1$ ;  $D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16$ ,  $\sqrt{D} = 4$ . Следовательно,  $y_1 = \frac{6 - 4}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ ,  $y_2 = \frac{6 + 4}{10} = \frac{10}{10} = 1$ .

Поскольку  $y_1 = 1/5$ ,  $y_2 = 1$ , имеем  $5^x = 1/5$ ,  $5^x = 1$ ; тогда  $5^x = 1/5$ ,  $5^x = 5^{-1}$ , т. е.  $x = -1$ ;  $5^x = 1$ ,  $5^x = 5^0$ , т. е.  $x = 0$ . Итак, получаем ответ:  $x = -1$ ,  $x = 0$ .

Самостоятельно:

$$173. 4 \cdot 2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 8 = 0.$$

$$175. 8^{2x} + 6 \cdot 8^x - 7 = 0.$$

$$177. 7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0.$$