

Задание для студентов гр. ОП 1 на период с 25.05 – 30.05.2020 (4 пары – 8 часов)

Дисциплина «Математика»

Преподаватель Токарская М.С.

Почта для обратной связи: maya_tok@mail.ru

Тел. 89147174421 – WhatsApp – если есть вопросы.

Все задания отправлять на почту!!!!

Учебники:

1. http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf
- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4 §9, п.32
2. <https://ru.calameo.com/read/0007452692fa11c1f518e> - Башмаков М.И., Математика

Повторение. Подготовка к экзамену.

Ребята! Мы начинаем подготовку к экзамену. Ваша задача внимательно проработать конспекты по темам, решить все заданные примеры. Для решения примеров обращайтесь не только к новым конспектам, но и используйте материалы прошедших в первом семестре уроков.

Тема 1. Корни натуральной степени. Степень с целым и рациональным показателем.

Краткий теоретический материал.

Определение: **Квадратным корнем** из числа a называют такое число, квадрат которого будет равен a .

Определение: **Арифметическим квадратным корнем** из числа a называют неотрицательное число, квадрат которого равен a .

Обозначение: $\sqrt{a}$.

Определение: **Кубический корень из a** — это такое число, которое при возведении в третью степень дает число a .

Обозначение: $\sqrt[3]{a}$

Например:

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

На основании определений квадратного и кубического корней, можно сформулировать определения корня n -ой степени и арифметического корня n -ой степени.

Определение: Корнем n -ой степени из числа a называют такое число, n -ая степень которого будет равна a .

Определение: Арифметическим корнем натуральной степени, где $n \geq 2$, из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n -я степень которого равна a .

Обозначение: $\sqrt[n]{a}$ – корень n -й степени, где

n – степень арифметического корня;

a – подкоренное выражение.

Давайте рассмотрим такой пример: $\sqrt[3]{-64} = ?$

Мы знаем, что $(-4)^3 = -64$, следовательно, $\sqrt[3]{-64} = -4$.

Еще один пример: $\sqrt[5]{-243} = ?$.

Мы знаем, что $(-3)^5 = -243$, следовательно, $\sqrt[5]{-243} = -3$.

На основании этих примеров, можно сделать вывод:

$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$, при условии, что n – нечетное число.

Свойства арифметического корня натуральной степени:

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$ и n, m – натуральные числа, причем $n \geq 2$, $m \geq 2$, то справедливо следующее:

$$1. \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

Примеры:

$$\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\sqrt[5]{27 \cdot 9} = \sqrt[5]{27 \cdot 9} = \sqrt[5]{243} = 3$$

$$2. \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Примеры:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{\sqrt[5]{288}}{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[5]{\frac{288}{9}} = \sqrt[5]{32} = 2$$

$$3. \quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Пример:

$$(\sqrt[4]{2})^8 = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{256} = 4$$

$$4. \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Пример:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{729}} = \sqrt[3 \cdot 2]{729} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$$

$$5. \quad \text{Для любого } a \text{ справедливо равенство: } \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|, k \in \mathbb{N}$$

Пример:

Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(x-3)^4} + \sqrt[2]{(x-6)^2}$, при $3 < x < 6$.

Степени заданных арифметических корней 4 и 2, четные числа, следовательно, мы можем применить свойство №5:

$$\sqrt[4]{(x-3)^4} = |x-3| = x-3, \text{ т.к. } x > 3 \text{ по условию}$$

$$\sqrt[2]{(x-6)^2} = |x-6| = 6-x, \text{ т.к. } x < 6 \text{ по условию}$$

Получаем: $x-3+6-x=3$

Задания:

Решить примеры. Сохранить исходную нумерацию.

33.1. Назовите подкоренное число и показатель корня:

$$\text{а) } \sqrt[4]{3}; \quad \text{б) } \sqrt[7]{5}; \quad \text{в) } \sqrt{11}; \quad \text{г) } \sqrt[15]{37}.$$

33.2. Докажите, что верно равенство:

$$\text{а) } \sqrt{361} = 19; \quad \text{в) } \sqrt[3]{343} = 7;$$

$$\text{б) } \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}; \quad \text{г) } \sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}.$$

33.3. Объясните, почему неверно равенство:

$$\text{а) } \sqrt{25} = -5; \quad \text{в) } -\sqrt[3]{-8} = -2;$$

$$\text{б) } \sqrt[6]{-64} = -2; \quad \text{г) } \sqrt[4]{625} = -25.$$

Вычислите:

33.5. а) $\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[4]{81}$;

33.6. а) $\sqrt[3]{0,125}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[4]{0,0081}$;

33.7. а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{100}{121}}$;

33.8. а) $\sqrt[7]{-128}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt[3]{-64}$;

33.9. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$; в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0,125}$.

35.1. Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$;

в) $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$;

б) $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$;

г) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243}$.

35.2. Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; в) $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

35.3. а) $\sqrt[3]{24 \cdot 9}$; б) $\sqrt[5]{48 \cdot 162}$; в) $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$; г) $\sqrt[4]{54 \cdot 24}$.

35.4. а) $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}}$; в) $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}}$; г) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}}$.

Упростите выражение, считая, что все переменные принимают только положительные значения:

35.7. а) $\sqrt[4]{x^2}$; б) $\sqrt[6]{y^4}$; в) $\sqrt[10]{a^5}$;

35.8. а) $\sqrt[4]{b^8}$; б) $\sqrt{l^6}$; в) $\sqrt[5]{d^{15}}$;

35.9. а) $\sqrt{a^2b^4}$; б) $\sqrt[3]{a^3b^6}$; в) $\sqrt[4]{a^4b^8}$;

35.10. а) $\sqrt{\frac{49a^4}{169b^2}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8}{c^{12}}}$; в) $\sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}}$;

Вычислите:

35.11. а) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$; в) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$;

б) $\sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25}$; г) $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{486}$.

35.12. а) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$; б) $\frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}}$; в) $\frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}}$;

Тема 2. Степень с рациональным показателем (обобщение понятия степень).

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4

§9, п.34

Краткий теоретический материал.

Определение. Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное ($n > 1$), называется число $\sqrt[n]{a^m}$

Итак, $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Например, $\sqrt[4]{7} = 7^{\frac{1}{4}}, 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^5} = \sqrt[2]{32} = \sqrt{32}, x^{-\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{x^{-7}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x^7}}$

Степень числа 0 определена только для положительных показателей;

по определению $0^r = 0$, для любого $r > 0$

Замечания

1. Из определения степени с рациональным показателем следует, что для любого положительного a и любого рационального r число a^r **положительно**.

2. Любое рациональное число допускает различные записи его **в виде дроби**, поскольку $\frac{m}{n} = \frac{mk}{nk}$ для любого натурального k . Значение a^r также не зависит от формы записи рационального числа r .

3. При $a < 0$ рациональная степень числа a не определяется.

Для степеней с рациональным показателем сохраняются основные свойства степеней, верные для любых показателей (при условии, что основание степени будет положительным) (вспомните их самостоятельно)

Задания:

1. Вычислить:

$$\text{a) } 16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{16^5} = (\sqrt[4]{16})^5 = 2^5 = 32 \text{ или } 16^{\frac{5}{4}} = (2^4)^{\frac{5}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{5}{4}} = 2^5 =$$

32 – способ решения выбираете тот, который проще вам

$$\text{b) } \left(\frac{27^3}{125^6}\right)^{\frac{2}{9}} = \frac{(27^3)^{\frac{2}{9}}}{(125^6)^{\frac{2}{9}}} = \frac{((3^3)^3)^{\frac{2}{9}}}{(5^3)^{2 \cdot \frac{2}{3}}} = \frac{((3^3)^9)^{\frac{2}{9}}}{(5^6)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{5^4} = \frac{9}{625}$$

Самостоятельно:

$$\begin{array}{llll} 1) 81^{\frac{3}{4}}; & 4) 0,0001^{-\frac{3}{4}}; & 7) \frac{9^{3,5}}{27^{\frac{1}{3}}}; & 10) \frac{3^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}}{18^{\frac{5}{12}}}. \\ 2) 125^{-\frac{2}{3}}; & 5) \left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}; & 8) \frac{8^{-1\frac{1}{3}}}{16^{-1,25}}; & \\ 3) 0,001^{-\frac{2}{3}}; & 6) \left(5\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}; & 9) \frac{12^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}; & \end{array}$$

2. Найти значение выражения:

$$\text{a) } 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot 64^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \cdot (2^6)^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{6}{2}} = 2^{-\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^{-5}} = \sqrt[2]{\frac{1}{32}}$$

$$\text{b) } 0,27^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,1^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{100}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000}{27}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{8^{-0,5}}{32^{1,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}} \cdot 8\right)^{\frac{4}{3}} &= \frac{(2^3)^{-0,5}}{(2^5)^{1,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^3\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{2^{-1,5}}{2^{7,5}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot (2^3)^{\frac{4}{3}} = \\ 2^{-1,5-7,5} \cdot 3^{-1} \cdot 2^4 &= 2^{-9} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2^4 = 2^{-9+4} \cdot \frac{1}{3} = 2^{-5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{32} \cdot \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{96}$$

Самостоятельно.

$$\boxed{1} \frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}; 6) \left(10^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,01^{\frac{1}{3}} \right)^{-1}. \quad \boxed{2} \frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{-\frac{1}{2}}}; 6) \left(25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1}.$$

$$\boxed{3} \left(4 \frac{17}{27} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{81^{1,5}}{625} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \boxed{4} \left(5 \frac{1}{16} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{32^{1,2}}{729} \right)^{\frac{1}{2}};$$

Тема 3. Иррациональные уравнения

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4

§9, п.33

Иррациональными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестная величина находится под знаком корня.

Чтобы решить иррациональное уравнение, нужно предварительно освободиться от корней, подкоренные выражения которых содержат неизвестное. Чаще всего этого добиваются возведением обеих частей уравнения в квадрат. Однако при этом могут появиться так называемые «посторонние» решения, т. е. такие, которые не удовлетворяют данному уравнению. Поэтому необходимо выполнять проверку полученных результатов с помощью их подстановки в первоначальное уравнение.

318—335. Решить уравнения:

318. $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{3}.$

Решение. Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$(\sqrt{x^2 - 1})^2 = (\sqrt{3})^2; x^2 - 1 = 3; x^2 = 4; x_1 = 2, x_2 = -2.$$

Получили два решения. Проверим каждое из них: если $x = 2$, то $\sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$, т. е. $\sqrt{3} = \sqrt{3}$; если $x = -2$, то $\sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$, т. е. $\sqrt{3} = \sqrt{3}$. Таким образом, значения $x = 2$ и $x_2 = -2$ являются корнями данного уравнения.

319. $\sqrt{5 - x} + 2 = 7.$

Решение. Обособим радикал и возведем обе части уравнения в квадрат:

$$\sqrt{5 - x} = 7 - 2; (\sqrt{5 - x})^2 = 5^2; 5 - x = 25; -x = 20; x = -20.$$

Производим проверку: $\sqrt{5 - (-20)} + 2 = 7$; $\sqrt{25} + 2 = 7$; $5 + 2 = 7$. Следовательно, $x = -20$ — решение уравнения.

$$320. \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3.$$

Решение. Выполним сначала умножение корней:

$$\sqrt{(x-1)(2x+6)} = x+3; \sqrt{2x^2-2x+6x-6} = x+3; \sqrt{2x^2+4x-6} = x+3.$$

Возведем теперь обе части уравнения в квадрат:

$$(\sqrt{2x^2+4x-6})^2 = (x+3)^2; 2x^2+4x-6 = x^2+6x+9; x^2-2x-15=0.$$

Решаем квадратное уравнение. Здесь $a=1$, $b=-2$, $c=-15$, $D=b^2-4ac=4-4 \cdot 1 \cdot (-15)=64$, $\sqrt{D}=8$; поэтому

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}; x_1 = \frac{2-8}{2} = -3; x_2 = \frac{2+8}{2} = 5; x_1 = -3, x_2 = 5.$$

Проверим оба корня.

При $x=-3$ имеем $\sqrt{(-3)-1} \cdot \sqrt{2(-3)+6} = -3+3$. Мы видим, что первый радикал не имеет смысла в области действительных чисел; поэтому $x=-3$ — посторонний корень.

При $x=5$ имеем $\sqrt{5-1} \cdot \sqrt{5 \cdot 2+6} = 5+3$; $\sqrt{4} \cdot \sqrt{16} = 8$; $2 \cdot 4 = 8$.

Итак, корнем данного уравнения является $x=5$.

Самостоятельно: № 322 – 325, №330, 332, 334.

$$322. x-5 = \sqrt{x}+1.$$

$$323. \sqrt{3x-5}-4=5.$$

$$324. \sqrt{x^2-3x-1}+7=2x.$$

$$325. x-\sqrt{25-x^2}=7.$$

$$326. \sqrt{x-9} = \frac{36}{\sqrt{x-9}} - \sqrt{x}.$$

$$327. 5\sqrt{x}-7=3\sqrt{x}-1.$$

$$328. \frac{15}{\sqrt{10-x}} - \sqrt{3x+5} = \\ = \sqrt{10-x}.$$

$$329. \frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}} = \\ = -2.$$

$$330. \sqrt{4x-3} \cdot \sqrt{3x-5} = 3x-1.$$

$$331. 7x-2 = 3\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{3x-8}.$$

$$332. \sqrt{x-3} \cdot \sqrt{2x+2} = x+1.$$

$$333. \sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2.$$

$$334. \sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0.$$

$$335. \sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0.$$

Тема 4. Показательные уравнения

http://lib.maupfib.kg/wp-content/uploads/2015/12/Algebra_i_nachala_mat_analiz.pdf

- учебник «Алгебра и начала математического анализа» Колмогоров А.Н., Гл. 4
§9, п.35-36

Показательными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестное входит в показатель степени.

Показательные уравнения решаются после преобразований по правилам I—IV с использованием дробных, нулевых и отрицательных показателей степеней.

Сначала рассмотрим простейшие показательные уравнения, т. е. такие, левую и правую части которых сразу можно привести к одному основанию.

137—178. Решить показательные уравнения:

137. $5^x = 625$.

Решение. Записав 625 в виде 5^4 , получим $5^x = 5^4$, откуда $x = 4$.

138. $8^x = 32$.

Решение. Имеем $32 = 2^5$; $8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$. Следовательно, $2^{3x} = 2^5$, откуда $3x = 5$, т. е. $x = 5/3$.

139. $16^x = 1/4$.

Решение. Так как $16 = 2^4$, $1/4 = 2^{-2}$, то уравнение примет вид $2^{4x} = 2^{-2}$, откуда $4x = -2$, т. е. $x = -1/2$.

140. $\sqrt{5^x} = \sqrt[3]{25}$.

Решение. Имеем $\sqrt{5^x} = 5^{x/2}$; $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{2/3}$; следовательно, $5^{x/2} = 5^{2/3}$; $x/2 = 2/3$; $x = 4/3$.

141. $5 \cdot 2^{(x+2)(x+3)} = 1$.

Решение. Любое отличное от нуля число в нулевой степени равно единице; поэтому можно записать $1 = 5 \cdot 2^0$. Таким образом, $5 \cdot 2^{(x+2)(x+3)} = 5 \cdot 2^0$, откуда $(x+2)(x+3) = 0$. Согласно свойству произведения, $x+2 = 0$ или $x+3 = 0$, т. е. $x = -2$, $x = -3$.

Самостоятельно:

142. $3^x = 243$.

143. $2^{-x} = 16$.

144. $9^{-x} = 27$.

145. $25^x = \frac{1}{5}$.

146. $7^x = \frac{1}{49}$.

147. $2^{x+1} = 32$.

151. $2^{x-1} = 1$.

152. $8^{x^2-9x+20} = 1$.

157. $2^{5x^2-14x+1} = 16^{x^2-x-5}$.

159. $8^{\frac{5}{3}x-4} - 4^{6-\frac{3}{2}x} = 0$.

Следующий тип показательных уравнений решается вынесением множителя с наименьшим показателем степени за скобки.

$$161. 2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 44.$$

Решение. Так как наименьшим показателем степени является $x-3$, то вынесем 2^{x-3} за скобки:

$$2^{x-3} \cdot (2^3 + 2^2 - 1) = 44; 2^{x-3}(8+4-1) = 44; 2^{x-3} \cdot 11 = 44.$$

Разделив обе части уравнения на 11, получим

$$2^{x-3} = 4; 2^{x-3} = 2^2; x-3=2; x=5.$$

Пример: $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$

$$6^x \cdot 6 + 35 \cdot 6^x \cdot \frac{1}{6} = 71;$$

$$6^x \cdot (6 + \frac{35}{6}) = 71;$$

$$6^x \cdot (6 + 5\frac{5}{6}) = 71;$$

$$6^x \cdot 11\frac{5}{6} = 71;$$

$$6^x = 71 \div 11\frac{5}{6};$$

$$6^x = \frac{71 \cdot 6}{71};$$

$$6^x = 6, \text{ т.е. } 6^x = 6^1$$

Ответ: $x = 1$.

Самостоятельно:

$$163. 9 \cdot 5^{x+1} - 5^x = 5500.$$

$$165. 3^{3x+1} - 2 \cdot 3^{3x} = 27.$$

$$167. 5^{2x} + 5^{2x+1} = 150.$$

$$169. 7^x - 7^{x-1} = 6.$$

Рассмотрим еще один тип показательных уравнений. Это — уравнение, которое с помощью подстановки $a^x = y$ сводится к квадратному уравнению.

$$171. 7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49.$$

Решение. Полагая $7^x = y$, получим квадратное уравнение $y^2 - 48y - 49 = 0$. Решим его. Здесь $a = 1$, $b = -48$, $c = -49$; $D = b^2 - 4ac = (-48)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-49) = 2304 + 196 = 2500$; $\sqrt{D} = 50$. Используя формулу $y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, находим

$$y_1 = \frac{48 - 50}{2} = \frac{-2}{2} = -1; \quad y_2 = \frac{48 + 50}{2} = \frac{98}{2} = 49.$$

Так как $7^x = y$, то $7^x = -1$ (это равенство невозможно, поскольку показательная функция может принимать только положительные значения); $7^x = 49$; $7^x = 7^2$, т. е. $x = 2$. Итак, получаем ответ: $x = 2$.

$$172. 5 \cdot 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0.$$

Решение. Положим $5^x = y$; тогда получим $5y^2 - 6y + 1 = 0$. Здесь $a = 5$, $b = -6$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16$, $\sqrt{D} = 4$. Следовательно, $y_1 = \frac{6 - 4}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, $y_2 = \frac{6 + 4}{10} = \frac{10}{10} = 1$.

Поскольку $y_1 = 1/5$, $y_2 = 1$, имеем $5^x = 1/5$, $5^x = 1$; тогда $5^x = 1/5$, $5^x = 5^{-1}$, т. е. $x = -1$; $5^x = 1$, $5^x = 5^0$, т. е. $x = 0$. Итак, получаем ответ: $x = -1$, $x = 0$.

Самостоятельно:

$$173. 4 \cdot 2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 8 = 0.$$

$$175. 8^{2x} + 6 \cdot 8^x - 7 = 0.$$

$$177. 7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0.$$