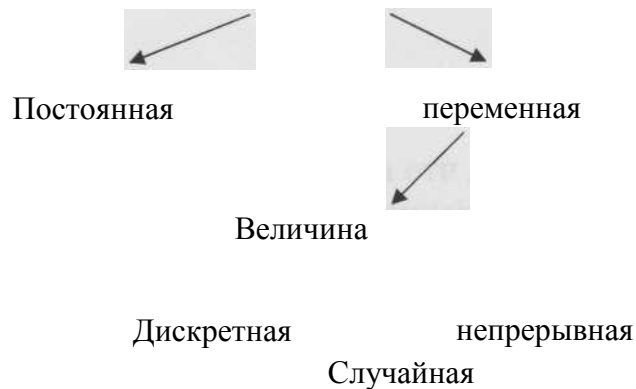


ТЕМА: Дискретные и непрерывные случайные величины.



Задачи.

1. Задают ли законы распределения дискретной случайной величины следующие таблицы?

А)

X	2	3	4	5
p	0,1	0,4	0,3	0,2

1)

X	6	7	8	9
P	0,1	0,2	0,3	0,5

2. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения:

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	A	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X=0,8)$? Построить многоугольник распределения.

3. Подбрасываются две симметричные монеты, подсчитывается число гербов на обеих верхних сторонах монет. Рассматривается дискретная случайная величина X - число выпадений гербов на обеих монетах. Записать закон распределения случайной величины X.
4. В коробке 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Найти закон распределения случайной величины X, равной числу красных карандашей в выборке.
5. Закон распределения случайной величины задан таблицей:
Найти функцию распределения этой случайной величины.

	0	1	2	3
p	0,2	0,4	0,3	0,1

6. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Место для формулы.

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение, заключенное в интервале (1,2).

7. Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1+x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

Найти ее плотность распределения.

8. Найти функцию распределения случайной величины X , плотность вероятности которой определяется формулой

$$P(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, (-\infty < X < +\infty).$$

9. Найти функцию распределения случайной величины X , плотность вероятности которой определяется формулой

$$P(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ и } x > 2 \\ x, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

ТЕМА: Нахождение числовых характеристик для случайной величины.

У) Математическим ожиданием дискретной случайной величины X , принимающей конечное множество значений называется сумма произведений ее значений на их соответствующие вероятности:

$$M(X) = \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

Математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей бесконечную последовательность значений определяется формулой

$$M(X) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$$

Математическое ожидание непрерывной случайной величины X , все значения которой принадлежат отрезку $[\alpha, \beta]$, а $p(x)$ - ее плотность вероятностей, определяется формулой

$$M(X) = \int_{\alpha}^{\beta} x p(x) dx$$

Свойства $M(X)$:

1. $M(C) = C, \quad C = \text{const.}$
2. $M(CX) = CM(X)$
3. $M(X+Y) = M(X) + M(Y)$
4. $M(XY) = M(X)M(Y)$

2) Для вычисления дисперсии применяется формула

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

$$D(X) = \sum_{k=1}^n (x_k - M(X))^2 p_k$$

Свойства $D(X)$:

1. **$D(C) = 0$**
2. $D(CX) = C^2 D(X)$
3. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

Дисперсия непрерывной случайной величины X , определяется формулами

$$D(X) = \int_{\alpha}^{\beta} (x - a)^2 p(x) dx$$

Средним квадратическим отклонением, или стандартным отклонением, случайной величины X

$$\sigma(X) = \sqrt{D(x)}$$

называется корень квадратный из ее дисперсии:

ЗАДАЧИ.

1. Закон распределения дискретной случайной величины X задан таблицей

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Вычислить дисперсию случайной величины X

2. Симметричная монета подбрасывается 4 раза. Случайная величина X - «число выпадений герба при этих подбрасываниях». Найти числовые характеристики случайной величины X .
3. Даны все возможные значения дискретной случайной величины X : $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, а также известны $M(X)=2,3$, $M(X^2)=5,9$. Найти закон распределения случайной величины X .
4. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1=0,5$, математическое ожидание $M(X)=3,5$ и дисперсия $D(X)=0,25$. Найти закон распределения дискретной случайной величины X .
5. Найти числовые характеристики непрерывной случайной величины X , заданной плотностью распределения $P(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 0,5, & \text{при } 2 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$
6. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^3, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

Найти числовые характеристики случайной величины X .